

Вариант № 1.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_{-1}^1 \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 + 7}{x^5 - x^2 + 2} dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{x \cos 7x}{x^2 + 2x + 2} dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{a+1} \cos ax}{\sqrt[3]{x^5 + 1}} dx; \quad a \in [0, 2].$$

5. Вычислить интегралы:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(5x^2 + 4x + 1)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \left(e^{\frac{a^2}{x^2}} - e^{\frac{b^2}{x^2}} \right) dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos^8 x dx.$$

Вариант № 2.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$; б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{2x^2 - 5x + 7}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt[3]{1+x^7}}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_0^{\infty} \sin x^2 dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_0^{\infty} \frac{(\pi - a) \cos^2 ax}{\sqrt[4]{x^7 + 1}} dx; \quad a \in [0, \pi].$$

5. Вычислить интегралы:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(4x^2 + 4x + 2)} dx$; б) $\int_0^{\infty} e^{-ax} \sin^2 bx dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^8 x \cos^4 x dx.$$

Вариант № 3.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^{0,5} \frac{dx}{x \ln^2 x}$; б) $\int_{-\infty}^{\infty} x 2^{-x} dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 3x}{\sqrt[3]{x^4 + 2}} dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_0^{\infty} \sin^3(x^2 + 2x) dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln^a x}{x^3} dx; \quad a \in [a, 20].$$

5. Вычислить интегралы:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(9x^2+4x+1)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \left[e^{\frac{-(a+1)^2}{x^2}} - e^{\frac{-(b+1)^2}{x^2}} \right] dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos^4 x dx.$$

Вариант № 4.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^1 \frac{(\arcsin)^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; б) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt[3]{x^5 + 2}}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-1) \sin 2x}{x^2 - 4x + 5} dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_1^{\infty} \frac{(a+1) \sin^2 ax}{x\sqrt{x+1}} dx; \quad a \in [-3, 0].$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(6x^2+18x+5)} dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \frac{1+a \sin x}{1-a \sin x} \cdot \frac{dx}{\sin x} \quad (|a| < 1)$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x \cos^6 x dx.$$

Вариант № 5.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_{-1}^0 e^{\frac{1}{x}} \frac{dx}{x^3}$; б) $\int_2^{\infty} \left(\frac{1}{x^2 - 1} + \frac{2}{(x+1)^2} \right) dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{1+2\sqrt{x}+x^2} dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_0^{\infty} x \cos x^4 dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x^2}{1+x^a} dx; \quad a \in [0, \infty).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(3x^2+8x+7)} dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(1+a \cos x)}{\cos x} dx \quad (|a| < 1)$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos^{10} x dx.$$

Вариант № 6.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{|x^2-1|}}$; б) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_2^{\infty} \left(\cos \frac{2}{x} - 1 \right) dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin \ln x}{\sqrt{x}} dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \sin 2x dx; \quad a \in [10, \infty).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+4x+9)} dx$; б) $\int_0^1 \frac{\ln(1-\alpha^2 x^2)}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad |\alpha| \leq 1$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^a x^6 \sqrt{a^2 - x^2} dx.$$

Вариант № 7.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{1 + \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)}{1 + x\sqrt{x}} dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_1^{\infty} \sin\left(\frac{\sin x}{\sqrt{x}}\right) \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos ax}{1+x^2} dx; \quad a \in (-\infty, \infty).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(5x^2+18x+6)} dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{arctg}(a \operatorname{tg} x)}{\operatorname{tg} x} dx \quad (a > 0)$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^a x^8 \sqrt{a^2 - x^2} dx.$$

Вариант № 8.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^3 \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$; б) $\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{\ln(1+x^5)}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{1+x^{3/2}} dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln^a x}{x^3 \sqrt{x^2}} dx; \quad a \in [0, 10].$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(7x^2+8x+3)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\ln(1+\alpha^2 x^2) \cdot \operatorname{arctg} \beta x}{x^3} dx \quad (\alpha > 0, \beta > 0)$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^a x^4 \sqrt{a^2 - x^2} dx.$$

Вариант № 9.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt[3]{\sin x - \cos x}} dx$; б) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x(1+x)}}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{\ln x dx}{x\sqrt{x^2-1}}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x} \cos x}{x+20} dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{3+x^a}; \quad (a > 3).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(10x^2+10x+3)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\cos ax + \cos bx - 2}{x^2} dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^a x^{10} \sqrt{a^2 - x^2} dx.$$

Вариант № 10.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2) \arcsin x}}$; б) $\int_{-\infty}^{-2} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(x - \cos\frac{\pi}{x}\right)^2} dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{\sin x}{\ln x \cdot \sqrt{1+x}} dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_1^{\infty} \frac{\cos x}{x^a} dx; \quad (a > 0).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(3x^2+10x+10)} dx$; б) $\int_0^a \frac{\ln(1+ax)}{1+x^2} dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-\sqrt{x}}}.$$

Вариант № 11.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^1 \frac{(\sqrt[6]{x} + 1)^2}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{e^x + \sqrt{e^x}}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_{-\frac{2}{3}}^{\infty} \frac{x+3}{x^2 \sqrt{2x+3}} dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{\sin x}{(x+1)^{1/3} \ln x} dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{1+(x+a)^2} dx; \quad a \in (-\infty; \infty).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(2x^2+6x+7)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \ln \frac{\alpha + \beta e^{-x}}{\alpha + \beta e^{-2x}} \cdot \frac{dx}{x}$; ($\alpha > 0, \beta > 0$).

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x dx.$$

Вариант № 12.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\sqrt[5]{\cos^3 x}} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{sh} 2x} dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \left(e^{-\frac{1}{x^2}} - e^{-\frac{4}{x^2}} \right) dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{\sin x}{(x+1)^2 \ln x} dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^a}; \quad a \in (2; \infty).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(7x^2+6x+2)} dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\cos^2 x + m^2 \sin^2 x) dx$ ($m > 0$).

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{10} x dx.$$

Вариант № 13.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-x)}}$; б) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^3 - 1}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{x \operatorname{sh} x} - \frac{1}{x} \right) dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} \ln x} dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{a-1}}; \quad a \in (2; \infty).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(11x^2+6x+4)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{1 - \cos ax}{x} \cos bx dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x dx.$$

Вариант № 14.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^1 \frac{2 - \sqrt[3]{x} - x^3}{\sqrt[5]{x^3}} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2} dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{\left(\operatorname{arctg} \frac{x^3}{1+x^2} \right)^3}{x^2} dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{\cos \sqrt{x} dx}{x^2 \ln x}.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x} e^{-ax} dx; \quad (0 \leq a \leq 10).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(4x^2+6x+11)} dx$; б) $\int_0^1 \frac{\ln(1 - \alpha^2 x^2)}{x \sqrt{1-x^2}} dx \quad (|\alpha| < 1)$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^8 x dx.$$

Вариант № 15.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2}}$; б) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2+x}\right) \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{\cos \sqrt{x}}{x^4 \ln x} dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{a+2 \cos ax}}{\sqrt[4]{x^7+1}}; \quad a \in [0; 2].$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(9x^2+10x+4)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2} dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-\sqrt[4]{x}}}.$$

Вариант № 16.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{3x^2-2x-1}}$; б) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(4x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{1+x^2 \sin x}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{\cos x dx}{\sqrt{2x - \cos \ln x}}.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_1^{\infty} \frac{(a+1) \sin^2 ax}{x\sqrt{x}} dx; \quad a \in [-3; 0].$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(4x^2+10x+9)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\beta \sin \alpha x - \alpha \sin \beta x}{x^2} dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-\sqrt[3]{x}}}.$$

Вариант № 17.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_{-0,5}^{-0,25} \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}$; б) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(\sqrt{x^2+1}+x)^2}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{4x+\ln x}}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{\cos x \, dx}{(2x - \cos \ln x)^{1/3}}.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln^a x}{x^5} dx; \quad a \in [0; 10].$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(8x^2+12x+5)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\ln(x^2+a^2)}{x^2+b^2} dx, (a, b > 0)$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-\sqrt[5]{x}}}.$$

Вариант № 18.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(16-x^2)\sqrt{1-x^2}}$; б) $\int_{\sqrt{2}(x-1)\sqrt{x^2-2}}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{2}(x-1)\sqrt{x^2-2}}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{x \, dx}{x^3 + \sin x}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_1^{\infty} \sin\left(x + \frac{1}{x}\right) \frac{dx}{x^2}.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^{a+1}} dx; \quad (a > -1).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(5x^2+12x+8)} dx$; б) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} \operatorname{ch} bx \, dx; (a > 0)$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\infty} x^{10} e^{-x^2} dx.$$

Вариант № 19.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_{-1}^1 \frac{x^4 dx}{(1+x^2)\sqrt{1-x^2}}$; б) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(2x-1)\sqrt{x^2-1}}$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^4 \ln^3 x}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_1^{\infty} \sin\left(x + \frac{1}{x}\right) \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x dx}{1+(x+a)^2}; \quad a \in [0; \pi].$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(13x^2+14x+5)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\ln(1+a^2x^2) - \ln(1+b^2x^2)}{x^2} dx$; ($a, b > 0$).

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\infty} x^8 e^{-x^2} dx.$$

Вариант № 20.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_a^b x \sqrt{\frac{x-a}{b-x}} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^3 \sqrt{\ln x}}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_1^{\infty} \sin\left(x + \frac{1}{x}\right) \frac{dx}{x}.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_0^{\infty} \frac{(\pi-a) \sin^2 ax}{x \sqrt{x^2+1}} dx; \quad a \in [0; \pi].$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(5x^2+14x+13)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\arctg(ax)}{x^2 \sqrt{x^2-1}} dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\infty} x^6 e^{-x^2} dx.$$

Вариант № 21.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\operatorname{ctg} x} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(1-x)}{\sqrt[3]{(x-1)^4}} dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x} \ln^5 x}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{1+x}{x^3} \sin(x^3) dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{5+x^a}; \quad (a > 5).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(14x^2+12x+3)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(ax)}{x\sqrt{1-x^2}} dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{1-x}}.$$

Вариант № 22.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\operatorname{tg} x} dx$; б) $\int_0^{\infty} e^{-2x} \sin^2 3x dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^3 \sqrt{\ln x}}.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{1+x}{x^2} \sin(x^3) dx.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра а:

$$\int_1^{\infty} \frac{\cos x}{x^{a+1}} dx; \quad (a > -1).$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(3x^2+12x+14)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(ax)}{x(1+b^2x^2)} dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^3}}.$$

Вариант № 23.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \cos x \, dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x^5 + 1} \, dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x} \ln^2 x} .$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{1+x}{x\sqrt{x}} \sin(x^3) \, dx .$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_0^1 \sin \frac{1}{x} \frac{dx}{x^a}; \quad (0 < a < 2) .$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+4x+5)} \, dx$; б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos \alpha x}{x^2} \, dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt[3]{\operatorname{tg} x} \, dx .$$

Вариант № 24.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^{\pi} x \ln \sin x \, dx$; б) $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(x+1)^2} \, dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^{3/2}} \, dx .$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{1+x}{\sqrt{x}} \sin(x^3) \, dx .$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos 2x \, dx; \quad a \in [5, \infty) .$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(5x^2+18x+6)} \, dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\sin^3 \alpha x - \sin^3 \beta x}{x} \, dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\operatorname{tg} x} \, dx .$$

Вариант № 25.

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2) \arccos x}}$; б) $\int_0^{\infty} \frac{x \ln x}{(1+x)^2} dx$.

2. Исследовать на сходимость:

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^5} dx.$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin x \, dx}{[\ln(x+1) - \ln x]^{-1/2}}.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость относительно параметра a :

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln^a x}{x^7} dx; \quad a \in [0,5].$$

5. Вычислить:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(7x^2+8x+3)} dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\sin^3 \alpha x}{x^3} dx$.

6. Вычислить с помощью интегралов Эйлера:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt[4]{\operatorname{tg} x} dx.$$

Введение

Успешное овладение математикой невозможно без самостоятельного решения задач.

Предлагаемый сборник расчетных заданий составлен для студентов второго курса физического факультета. Он содержит 25 вариантов заданий по несобственным интегралам и интегралам, зависящим от параметра. В каждом варианте 8 примеров, при выполнении которых необходимо умение вычислять и исследовать на абсолютную, условную и равномерную сходимость соответствующих интегралов.

При выполнении работы рекомендуется использовать учебное пособие: А. М. Анчиков, О. А. Коновалова «Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметров» изд. КГУ 1998г., в котором излагаются методы вычисления и исследования на сходимость таких интегралов. Список другой рекомендуемой литературы приводится на последней странице.

Литература

1. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа, Т. 2, М: Высшая школа, 1981г.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, Т. 2, М: Наука, 1969г.
3. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, М: Наука, 1977г.
4. Кудрявцев Л. Д., Кутасов А. Д., Чехлов В. И., Шабунин М. И. Сборник задач по математическому анализу. М. Наука. ГРФМЛ, 1984г.
5. Грюнтер Н. М., Кузьмин Р. О. Сборник задач по высшей математике, Т. 2, М: Физматгиз, 1959г.

Казанский государственный университет
Физический факультет

**РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Математический анализ:
Несобственные интегралы и интегралы,
зависящие от параметров.
(III семестр)

Казань 2004

Составители: Р. Л. Валиуллин, Н. Ф. Дмитриева, Б. С. Никитин.

Расчетные задания по математике. Математический анализ. Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметров. (III семестр) – Казань – 2004г.

В расчетной работе представлены задачи по разделу курса математического анализа «Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметров».

Расчетная работа содержит 25 вариантов, в каждом 8 заданий.