

КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ОТЧЕТ

по теме:

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИКИ ПОТОКА  
ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ПЛАЗМЫ ПониЖЕННОГО ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ ОБРАБОТКИ  
ПОЛИМЕРНЫХ И НЕОРГАНИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Руководитель НИР



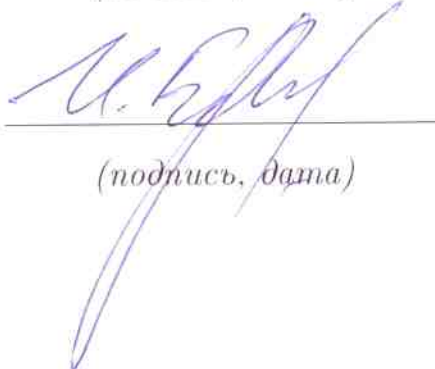


подпись, дата

А.Ю. Шемахин

Казань 2013

## Список исполнителей

Руководитель темы, ассистент	 <hr/> <i>(подпись, дата)</i>	А.Ю. Шемахин
Д-р физ.-мат. наук, профессор	 <hr/> <i>(подпись, дата)</i>	В.С. Желтухин
Студент	 <hr/> <i>(подпись, дата)</i>	И.А. Бородаев

## Реферат

ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ПЛАЗМА, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ПОНИЖЕННОЕ ДАВЛЕНИЕ, СТРУЙНОЕ ТЕЧЕНИЕ, МЕТОД ПРЯМОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ, ВЧ-ПЛАЗМЕННАЯ ОБРАБОТКА

Объектом исследования является струя высокочастотной плазмы пониженного давления.

Плазма высокочастотных (ВЧ) разрядов пониженного давления ( $p=13.3-133$  Па) с продувом газа эффективно применяется для модификации (в том числе на уровне наноструктуры) различных материалов, таких как сталь, титан, полиэтилен, кожа, мех и др. Для эффективного управления параметрами обработки полимерных и неорганических материалов в среде ВЧ-плазмы пониженного давления требуется информация о характеристиках плазменного потока: пространственном распределении газовой и электронной температуры, концентрации заряженных частиц и др.

Целью проекта является создание математической модели и исследование свойств потока ВЧ-плазмы пониженного давления в переходном режиме течения в диапазоне чисел Кнудсена  $8 \cdot 10^{-3} < Kn < 7 \cdot 10^{-2}$ . Это связано с необходимостью подбора параметров течения ВЧ-плазмы для обработки полимерных и неорганических материалов.

В ходе проекта разработаны математическая модель и численный метод для моделирования струйного течения нейтральной и заряженной компонент ВЧ-плазмы при пониженных давлениях, комплекс программ для расчета двухкомпонентного струйного течения ВЧ-плазмы при пониженных давлениях. Проведены численные эксперименты по расчету газодинамических параметров ВЧ-плазмы пониженного давления для невозмущенной струи и струи с образцом. Определены газодинамические параметры

плазмы вблизи обрабатываемого изделия. Даны рекомендации по режимам течения рабочего газа и оптимальной зоне обработки материалов при давлении 13.3-133 Па для различных степеней ионизации и термической неравновесности ВЧ-плазмы пониженного давления в диапазоне чисел Кнудсена для несущего газа  $8 \cdot 10^{-3} < Kn < 7 \cdot 10^{-2}$ .

В рамках выполнения проекта опубликовано 11 работ.

# Содержание

ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ . . . . .	7
ВВЕДЕНИЕ . . . . .	10
1. Разработка математической модели и численного метода для моделирования струйного течения нейтральной и заряженной компонент ВЧ-плазмы при пониженных давлениях . . . . .	15
1.1 Оценка основных параметров ВЧ-плазмы пониженного давления . . . . .	15
1.2 Математическая модель струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления с продувом газа . . . . .	19
1.3 Разработка численного метода решения задачи струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления . . . . .	23
1.3.1 Численный метод расчета основных характеристик струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления . . . . .	23
1.3.2 Методика проведения численных экспериментов расчета газодинамики ВЧ-плазмы пониженного давления . . . . .	26
2. Разработка комплекса программ для расчета двухкомпонентного струйного течения ВЧ-плазмы при пониженных давлениях . . . . .	27
2.1 Описание алгоритма и программного комплекса для расчета основных характеристик струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления . . . . .	27
2.2 Состав пакета («case» в терминологии OpenFOAM) для проведения расчетов . . . . .	31
3. Проведение численных расчетов параметров струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления для вакуумной камеры ВЧ-плазменной установки в модели с образцом и определение газодинамических параметров плазмы вблизи обрабатываемого изделия . . . . .	32

3.1 Модификация программного комплекса для расчета течения ВЧ-плазмы при наличии в струе образца . . . . .	32
3.2 Параметры расчетов . . . . .	34
3.3 Концентрация электронов . . . . .	35
3.4 Электронная температура . . . . .	37
3.5 Давление несущего газа . . . . .	41
3.6 Скорость несущего газа . . . . .	43
3.7 Температура несущего газа и эффект перегрева в некоторых режимах течения . . . . .	44
4. Разработка рекомендаций по режимам течения рабочего газа и оптимальной зоне обработки материалов при давлении 13.3-133 Па для различных степеней ионизации и термической неравновесности ВЧ-плазмы пониженного давления в диапазоне чисел Кнудсена для несущего нейтрального газа $8 \cdot 10^{-3} < \text{Kn} < 7 \cdot 10^{-2}$ . . . . .	50
ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . . .	52
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ . . . . .	54

## Список обозначений

В настоящем отчете о НИР применяют следующие термины с соответствующими определениями:

Высокочастотный разряд — электрический разряд в газе, возникающий в электрическом поле высокой частоты.

Электрический разряд в газе — совокупность процессов, возникающих при протекании электрического тока через вещество, находящееся в газообразном состоянии. Для возникновения и поддержания газового разряда требуется существование электрического поля, так как плазма может существовать, только в случае, если электроны приобретают во внешнем поле энергию, достаточную для ионизации атомов, и количество образованных ионов превышает число рекомбинировавших ионов.

Плазма — полностью или частично ионизированный газ, квазинейтральное состояние разноименных заряженных частиц, демонстрирующих коллективное поведение.

Ионизированный газ — состояние газа, когда от электронных оболочек значительной части атомов или молекул отделён по крайней мере один электрон.

Квазинейтральный — означает, что несмотря на наличие свободных зарядов (электронов и ионов), суммарный электрический заряд плазмы приблизительно равен нулю.

Ион — одноатомная или многоатомная электрически заряженная частица, образующаяся в результате потери или присоединения одного или нескольких электронов атомом или молекулой.

В настоящем отчете о НИР применяют следующие условные обозначения:

**В** — вектор магнитной индукции;

$\mathbf{v}_a$	— вектор скорости газового потока, вектор скорости нейтральных частиц в плазме (средняя, среднемассовая скорость);
$\mathbf{v}_e$	— вектор макроскопической скорости электронов;
$\mathbf{D}$	— вектор электрического смещения;
$D_a$	— коэффициент амбиполярной диффузии;
$e$	— заряд электрона;
$E$	— модуль напряженности электрического поля;
$E_I$	— потенциал ионизации;
$\mathbf{E}$	— вектор напряженности электрического поля;
$f$	— частота генератора;
$G$	— расход газа;
$\mathbf{H}$	— вектор напряженности магнитного поля;
$\mathbf{j}$	— вектор плотности тока;
$k_B$	— постоянная Больцмана;
$\bar{l}_e, \bar{l}_i$	— средние длины свободного пробега электронов и ионов;
$m_a, m_e, m_i$	— масса атома, электрона, иона;
$\mu_0$	— магнитная постоянная;
$\nu_c$	— частота упругих столкновений электронов с атомами и ионами;
$\nu_i$	— частота ионизации;
$\mathbf{n}$	— внешняя нормаль к границе области;
$n_e$	— концентрация электронов;
$\mathbf{c}$	— вектор молекулярной скорости нейтрального газа;
$\mathbf{c}'$	— тепловая, собственная или случайная скорость молекул;
$f(\mathbf{c}, \mathbf{r}, t)$	— функция распределения по скоростям;
$T_{inlet}$	— температура несущего газа на входе в вакуумную камеру;
$v_{inlet}$	— скорость несущего газа на входе в вакуумную камеру;



$p, p_a$	—	давление плазмообразующего газа;
$P_d$	—	мощность, выделяемая в разряде;
$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	—	текущая радиальная координата;
$r_D$	—	дебаевский радиус;
$R_{rk}$	—	радиус разрядной камеры;
$R_{vk}$	—	радиус вакуумной камеры;
$L_{vk}$	—	длина вакуумной камеры;
$t$	—	время;
$T_a, T_i, T_e$	—	температуры атомов, ионов, электронов;
$\delta = m_e/2m_a$	—	доля энергии, передаваемая электронами атомам и ионам в упругих столкновениях;
$\varepsilon$	—	относительная диэлектрическая проницаемость;
$\varepsilon_0$	—	электрическая постоянная;
$\lambda_e$	—	коэффициент теплопроводности электронного газа;
$\rho$	—	плотность газа;
$\sigma$	—	проводимость плазмы;
$\omega = 2\pi f$	—	круговая частота электромагнитного поля;
$Kn$	—	число Кнудсена;
$\mathbf{r}$	—	радиус - вектор;
$S(f)$	—	интеграл столкновений.

В настоящем отчете о НИР применяют следующие сокращения:

ВЧ	—	высокочастотный;
ВЧИ	—	высокочастотный индукционный;
КПД	—	коэффициент полезного действия;
СЛАУ	—	система линейных алгебраических уравнений;
3D	—	трёхмерное пространство;
ПО	—	программное обеспечение.

## Введение

При проектировании современных трубопроводов и ледостойких конструкций некоторые важные материалы могут быть заменены на полимерные и металлические с повышенной износостойкостью, прочностью и другими качественно новыми характеристиками. Современные технологии обработки пластмасс в высокочастотной (ВЧ) плазме пониженного давления позволяют повысить ее прочность, морозо- и тепло- стойкость за счет объемной модификации. Удастся добиться повышения прочности некоторых материалов в 1,5-2 раза. Описанные возможности позволяют создавать и использовать полученные материалы в экстремальных областях Арктики и космического пространства. Обработка материалов различной природы происходит в ВЧ-установках струей ВЧ-плазмы пониженного давления. Для усовершенствования процесса обработки необходимо найти зону оптимальной обработки материалов различной природы, тем самым получив возможность равномерного воздействия на обрабатываемый материал [1].

Плазма ВЧ-разрядов пониженного давления ( $p = 13.3 - 133$  Па) с продувом газа применяется для модификации поверхностей различных материалов, таких как сталь, титан, полиэтилен, и др. Плазма ВЧ-разряда обладает следующими преимуществами: эффективно и устойчиво изменяет поверхностные свойства образца, не ухудшает объемных (в том числе физико-механических) характеристик, не нагревает материал до температуры, вызывающей его расплавление или деструкцию. Изменяя параметры разряда и вид плазмообразующего газа можно управлять составом химически активных частиц и, следовательно, характером воздействия ВЧЕ разряда на полимерные материалы. Сильная неравновесность плазмы, генерируемая ВЧЕ разрядом пониженного давления с энергией частиц до 100 эВ, приводит к модификации не только наружных поверхностных слоев полимеров, но и в объеме материала, при этом обрабатываемый в плазме мате-

риал остается холодным, что позволяет с помощью плазменного потока получать эффекты, недостижимые другими видами плазменного воздействия [2–7, 30].

Плазма, создаваемая данным видом разряда, обладает следующими свойствами: степень ионизации  $10^{-4} - 10^{-7}$ , концентрация электронов  $n_e = 10^{15} - 10^{19} \text{ м}^{-3}$ , электронная температура  $T_e = 1 - 4 \text{ эВ}$ , температура атомов и ионов в плазменном сгустке  $T_a = 0.2 - 0.3 \text{ эВ}$ , в плазменной струе  $T_a = 0.03 - 0.07 \text{ эВ}$ .

За последние десятилетия накоплены обширные экспериментальные данные о свойствах плазмы ВЧ-разрядов пониженного давления, результатах взаимодействия ее с различными материалами, созданы математические модели, учитывающие электродинамику и плазмодинамику ВЧ-разрядов [2, 3]. Однако, параметры течения ВЧ-плазмы получены эмпирическим путем в лабораторных условиях для ограниченного набора параметров разрядов и плазмотронов, а существующие математические модели ВЧ-плазмы пониженного давления, не учитывают адекватно газодинамику потока струи и тем самым не рассматривают всю картину технологического процесса обработки материалов.

Для более эффективного проектирования технологических процессов с использованием струйных ВЧ-разрядов пониженного давления необходимо создание математической модели течения ВЧ-плазмы, с помощью которой можно проводить исследования закономерностей формирования характеристик потока плазмы, а, следовательно, и параметров плазменной обработки путем численных расчетов, что уменьшает затраты на проведение большого количества дорогостоящих и трудоемких экспериментов. В связи с этим, задача моделирования газодинамики струй ВЧ-плазмы пониженного давления является актуальной.

Одним из параметров, определяющих характер течения газа является число Кнудсена. Число Кнудсена  $Kn$  для нейтрального газа находится в

диапазоне  $8 \cdot 10^{-3} \leq Kn \leq 7 \cdot 10^{-2}$ . При этом числа Кнудсена для электронного газа  $10^{-3} \leq Kn \leq 10^{-1}$ , для газа ионов  $5 \cdot 10^{-4} \leq Kn \leq 5 \cdot 10^{-3}$ . Поэтому в диапазоне давлений  $p = 13.3 - 133$  Па при расходе газа  $G = 0 - 0.25$  г/с течение нейтрального газа происходит в переходном режиме между течением сплошной среды и свободно-молекулярным потоком.

Квазинейтральная плазма характеризуется коллективным взаимодействием заряженных частиц. При разделении заряженных частиц возникают значительные кулоновские силы, которые притормаживают электроны и ускоряют ионы. В результате электроны и ионы диффундируют в парах. Таким образом, в квазинейтральной плазме средние скорости электронов и ионов равны, поэтому для оценки характера течения заряженной компоненты плазмы целесообразно использовать число Кнудсена для ионов. Таким образом специфической особенностью течения плазмы ВЧ-разряда пониженного давления является сочетание переходного режима для нейтральной компоненты и режима сплошной среды для заряженной компоненты.

Анализ литературных данных показал, что газодинамические модели, захватывающие часть диапазона переходного режима течения газа, характеризуются тремя подходами:

- 1) модели уравнений Навье-Стокса в первом приближении [8],
- 2) модели уравнений Навье-Стокса с введенной второй вязкостью [9],
- 3) статистические модели Монте-Карло, основанные на уравнении Больцмана [10].

Первые два подхода к моделированию течений газа успешно применяются для режима сплошной среды и захватывают часть диапазона переходного режима течения ( $Kn \leq 10^{-2}$ ). Третий подход, в основном, применяется для свободно-молекулярного режима течения газа ( $Kn \geq 1$ ).

Для моделирования газодинамики потоков низкотемпературной плазмы обычно применяют модель сплошной среды, однако, в диапазоне давле-

ний  $p = 13.3 - 133$  Па, данная модель не применима, так как не рассчитана на ее использование для переходного режима течения.

Поскольку характеристики течения определяются в основном температурой, давлением и скоростью несущего газа, то условимся называть режим течения ВЧ-плазмы переходным, также как режим течения несущего газа.

Как сказано выше, течение ВЧ-плазмы пониженного давления осуществляется в переходном режиме. Для течения нейтрального газа в переходном режиме не существует устоявшихся моделей типа уравнений Навье-Стокса, а для применения статистических методов для моделирования газодинамики ВЧ-плазмы в переходном режиме требуется разработка новой специальной модели.

В последние десятилетия, ввиду роста производительности вычислительной техники, появилась возможность получения существенно новых результатов для течений газовых потоков в переходном режиме, в том числе и частично-ионизованных газов. В связи с этим появилась возможность моделировать течение ВЧ-плазмы пониженного давления в переходном режиме.

Исследования в области физики плазмы ВЧ-разрядов в настоящее время интенсивно проводятся во всем мире [1, 2]. Основные группы исследователей работают в США (М.Ж.Кашнер), Канаде (М.Булос), Франции (Ж.Р.Воеуф), Нидерландах (Годхер), России (Ю.П.Райзер), Южной Корее, Китае. Основным направлением этих исследований является изучение свойств ВЧ-плазмы в различных условиях, различных газах. Работ, посвященных исследованию газодинамических параметров ВЧ-плазмы пониженного давления в переходном режиме течения чрезвычайно мало.

В связи с этим, тема НИР является актуальной и имеет научную значимость.

Основанием для разработки темы является пожертвование ВР-России С49-12 от 13.01.2012. Исходными данными для разработки темы являются

результаты предварительных исследований, выполненных коллективом исполнителей в предыдущие годы [11–22], а также информация из литературных источников.

# 1. Разработка математической модели и численного метода для моделирования струйного течения нейтральной и заряженной компонент ВЧ-плазмы при пониженных давлениях

Построена математическая модель газодинамики струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления в переходном режиме течения.

Рассматривается течение плазмы в установившемся ВЧ-разряде в предположении, что рабочий газ является инертным и плазма состоит из частиц трех сортов: нейтральные атомы, электроны и положительные однозарядные ионы.

## 1.1. Оценка основных параметров ВЧ-плазмы пониженного давления

Общее описание ВЧ-плазмы при пониженном давлении, как показано в [35], чрезвычайно сложно, так как включает в себя полную систему уравнений Максвелла, уравнения динамики плотности, энергии и импульса частиц плазмы с учетом зависимостей коэффициентов переноса и материальных уравнений от плотности и энергии частиц [35].

Одно из основных упрощений полной задачи связано с учетом масштабов процессов, протекающих в потоке квазинейтральной плазмы. Характерными масштабами струи являются радиус разрядной камеры  $R_1 \sim 10^{-2}$  м, время диффузии заряженных частиц к границе струи  $\tau_{dif} \sim 10^{-2}$  с и средняя энергия электронов  $\bar{\varepsilon}_e \simeq 1 \div 4$  эВ и ионов  $\bar{\varepsilon}_i \leq 0.4$  эВ.

Одним из фундаментальных параметров плазмы, определяющим возможность расчетного предсказания ее свойств, является степень неидеальности. Критерием идеальности (или термодинамического совершенства) является малость средней энергии взаимодействия частиц по сравнению с их

кинетической энергией. При  $p \sim 133$  Па,  $T_a \sim 10^3$  К степень неидеальности плазмы относительно взаимодействия с участием нейтральных частиц, например, атом-электрон ( $a - e$ ), атом-атом ( $a - a$ ) или атом-ион ( $a - i$ ), пренебрежимо мала [36].

Среднее время между столкновениями частиц  $\tau_c$  обратно пропорционально частоте столкновений  $\tau = 1/\nu$ .

Учитывая приведенные в [2] результаты измерений  $\nu_c$ , получим, что среднее время между столкновениями электронов с атомами  $\tau_e \approx 10^{-10} - 10^{-9}$  с.

Масштаб спонтанного разделения зарядов в квазинейтральной плазме определяется радиусом экранирования поля заряженной частицы, который в идеальной плазме равен дебаевскому радиусу  $r_D$ .

В рассматриваемых условиях  $r_D \leq 10^{-5}$  м, что много меньше радиуса разряда. Диффузия заряженных частиц в плазме при этом является амбиполярной [34].

Известно, что основным механизмом ухода заряженных частиц из разряда при низких и пониженных давлениях является их диффузия и последующая рекомбинация на стенках камеры [31]. Поэтому характерным временем макроскопических изменений в данном случае будет время диффузии  $\tau_{dif}$  электронов и ионов к границе разряда. Оно обратно пропорционально частоте диффузионных уходов [37]

$$\nu_{dif} = \tau_{dif}^{-1} = D/\Lambda^2, \quad (1.1)$$

где  $D$  - коэффициент диффузии,  $\Lambda$  - характерная диффузионная длина. Для цилиндра радиусом  $R$  и длиной  $L$  значение  $\Lambda$  определяется соотношением [33]

$$\Lambda^2 = \left(\frac{2.405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2. \quad (1.2)$$

Принимая среднее значение коэффициента амбиполярной диффузии  $D_a \approx 5 \cdot 10^6$  м<sup>2</sup>/с [37], диаметр струи  $R_1 \sim 10^{-2}$  м,  $L_1 \approx 10^{-1}$  м, полу-



чим, что характерное время диффузии  $\tau_{dif} = 10^{-3} \div 10^{-2}$  с. Учитывая, что  $l_e/R \ll 1$  и  $\tau/\tau_{dif} \ll 1$ , приближение сплошной среды для газа заряженных частиц является приемлемым [34].

Известно, что при пониженном давлении в плазме отсутствует локальное термодинамическое равновесие [38]. Отклонение от равновесного состояния в ВЧ-разряде вызывается спецификой процесса передачи энергии электромагнитного поля частицам (электрическое поле  $\rightarrow$  электроны  $\rightarrow$  атомы и ионы), что приводит к значительному превышению электронной температуры относительно газовой [36]. Поэтому при построении математических моделей плазмы одним из основных является вопрос о виде функции распределения электронов. От него зависят выбор системы параметров, характеризующих состояние плазмы, вид уравнений, используемых для ее описания и соотношений, связывающих коэффициенты переноса с энергиями частиц.

В условиях, типичных для протекания ВЧ-разрядов пониженного давления ( $E \leq 10^6$  В/м,  $\nu_c \approx 10^9$  с $^{-1}$ ,  $T_a \leq 4 \cdot 10^3$  К), функция распределения электронов по энергии в ВЧ-плазме при давлении  $13.3 \leq p \leq 133$  Па близка к максвелловской.

Динамика электро-магнитного поля описывается системой уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (1.3)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.4)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \quad (1.5)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho^c. \quad (1.6)$$

Состояние заряженной компоненты плазмы ( $j = e, i$ ) описывается [36–38] уравнениями неразрывности

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \operatorname{div} (n_j \mathbf{v}_j) = \dot{n}_j, \quad (1.7)$$

уравнениями движения каждого компонента

$$m_j n_j \left[ \frac{\partial \mathbf{v}_j}{\partial t} + (\mathbf{v}_j \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{v}_j \right] = \mathbf{F}_j - \operatorname{grad} p_j + \operatorname{Div} \hat{\pi}_j + \mathbf{R}_j \quad (1.8)$$

и уравнениями переноса внутренней энергии

$$\frac{3}{2} n_j \left( \frac{\partial T_j}{\partial t} + \mathbf{v}_j \cdot \operatorname{grad} T_j \right) = -p_j \operatorname{div} \mathbf{v}_j + \left( \sum_{\alpha, \beta} \hat{\pi}_{\alpha\beta} \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} \right)_j - \operatorname{div} \mathbf{q}_j + Q_j. \quad (1.9)$$

Здесь  $\mathbf{j}$  – вектор плотности тока,  $\mathbf{B}, \mathbf{D}$  – векторы магнитной индукции и электрического смещения,  $\rho$  – плотность свободного заряда,  $\mathbf{v}_j$  – вектор макроскопической скорости,  $\dot{n}_j$  – результирующая локальная скорость рождения и гибели частиц,  $\mathbf{F}_j$  – вектор объемных сил (пондеромоторная, сила тяжести и др.),  $\hat{\pi}_j$  – тензор вязких напряжений,  $\operatorname{Div}$  – его дивергенция,  $\mathbf{R}_j$  – импульс, получаемый частицами данного сорта от остальных,  $\mathbf{q}_j$  – поток тепла,  $Q_j$  – объемная плотность источников и стоков тепла.

Система (1.3) – (1.9) дополняется материальными уравнениями электродинамики [39, 40]

$$\mathbf{B} = \hat{\mu} \mathbf{H}, \quad \mathbf{D} = \hat{\varepsilon} \mathbf{E}, \quad (1.10)$$

где  $\hat{\mu}, \hat{\varepsilon}$  – тензоры магнитной и диэлектрической проницаемостей, выражениями для векторов плотности тока, объемных сил, передаваемых импульсов, потоков тепла, компонентов тензоров вязких напряжений, магнитной и диэлектрической проницаемостей, термодинамическими уравнениями состояния, и другими соотношениями, конкретизирующими характеристики среды [35, 36, 41].

Система (1.3) – (1.9) при учете всех взаимодействий является существенно нелинейной. Задачу можно значительно упростить, исключив из рассмотрения ряд эффектов, влияние которых, в силу специфики ВЧ-разрядов и пониженного давления газа, не существенно.

## 1.2. Математическая модель струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления с продувом газа

Анализ и оценка характерных масштабов элементарных процессов в плазме показали, что в струе ВЧ-плазмы пониженного давления число Кнудсена  $Kn$  для электронного газа  $10^{-3} \leq Kn \leq 10^{-1}$ , для газа ионов  $5 \cdot 10^{-4} \leq Kn \leq 5 \cdot 10^{-3}$ , для нейтрального газа  $8 \cdot 10^{-3} \leq Kn \leq 7 \cdot 10^{-2}$ .

Взаимодействие между заряженными частицами в разряде осуществляется дальнедействующими кулоновскими силами. Плазма в целом квазинейтральна, то есть электроны диффундируют со скоростью ионов, что даёт возможность рассматривать течение электронов в потоке ВЧ-плазмы в режиме сплошной среды как и течение ионов. Таким образом, строящаяся модель струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления является комбинированной, то есть в ней реализуется модель течения нейтральных атомов в переходном режиме и модель сплошной среды для электронов и ионов.

При постановке задачи моделирования струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления в переходном режиме, ввиду незначительности перечисленных явлений для данного вида плазмы, пренебрежем процессами прилипания электронов, возбуждения атомов, объемной рекомбинацией, образованием многозарядных ионов, эффектом Холла, проскальзыванием ионов, градиентом электронного давления, потерями энергии на излучение. Предположим, что основным механизмом рождения заряженных частиц является ударная ионизация, среда является изотропной, не гиротропной, электрическое поле в сопутствующей системе координат совпадает с полем в лабораторной системе координат, температура ионов совпадает с температурой нейтральных атомов.

Предположим, что вакуумная камера ВЧ-плазменной установки пониженного давления представляет собой цилиндр радиусом  $R_{vk}$  и длиной  $L_{vk}$ ,

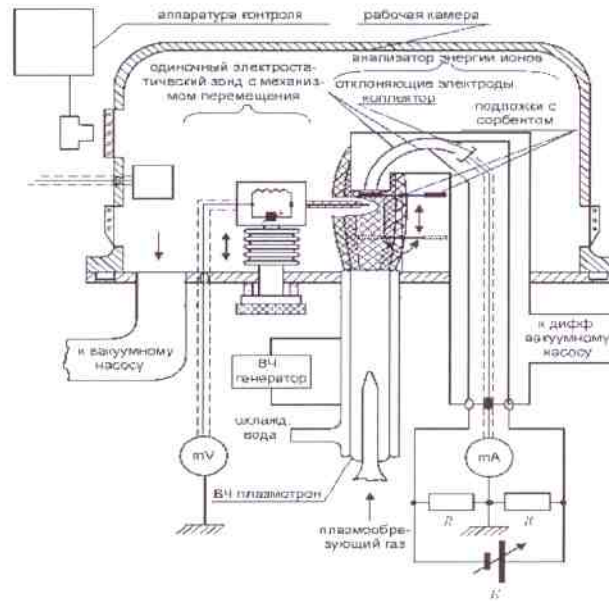


Рис. 1.1. Принципиальная схема плазменной установки.

в который через отверстие радиуса  $R_{rk}$  поступает поток плазмы пониженного давления (рис.1.1). Струя ВЧ-плазмы пониженного давления вытекает через выходное отверстие плазмотрона радиусом  $R_{rk}$ , которое расположено на базовой плите (рис. 1.1). Разряд генерируется с помощью индуктора и/или внешних кольцевых электродов, соосных с разрядной камерой. Все граничные условия для вакуумной камеры будем устанавливать на следующих областях, обозначенных индексами: входное отверстие вакуумной камеры - *inlet*, выходное - *outlet*, образец - *body*, остальные стенки вакуумной камеры - *walls*.

Используя формулу для оценки числа Рейнольдса [29]  $Re = \rho v d / \mu$ , где  $d$  - характерный диаметр струи,  $\mu$  - вязкость газа, можно приблизительно оценить число Рейнольдса в струе ВЧ-плазмы как  $2 < Re < 700$ . Число Маха для нашего случая оценивается в диапазоне  $0.1 < Ma < 1$ .

В виду вышеизложенного для построения математической модели ВЧ-плазмы пониженного давления воспользуемся уравнениями неразрывности и сохранения энергии электронного газа из системы уравнений (1.3) - (1.9)

с учетом допущений параграфа 1.1, а для несущего газа преобразуем уравнение Больцмана, введя силу, отвечающую за передачу энергии от газа заряженных частиц нейтральной компоненте ВЧ-плазмы (несущий газ) пониженного давления.

При указанных выше предположениях модель струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления описывается системой, состоящей из:

1) уравнения Больцмана для функции распределения нейтральных атомов  $f(\mathbf{c}, \mathbf{r}, t)$  по скоростям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \widetilde{\mathbf{F}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{c}} &= S(f), \\ f(\mathbf{c}, \mathbf{r}, 0) &= f_0(\mathbf{c}, \mathbf{r}), \\ \widetilde{\mathbf{F}} &= -\frac{1}{m_a} \text{grad } W_T, \end{aligned} \quad (1.11)$$

2) уравнений неразрывности и сохранения энергии для электронного газа:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - \text{div} (D_a \text{grad } n_e - \mathbf{v}_a n_e) = \nu_i n_e \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} c_p \rho_e \frac{\partial T_e}{\partial t} - \text{div} \left( \lambda_e \text{grad } T_e - \frac{5}{2} k_B n_e T_e \mathbf{v}_e \right) + \\ + \frac{3}{2} k_B \delta \nu_c n_e (T_e - T_a) &= \sigma E^2 - \nu_i n_e E_I. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Здесь  $f(\mathbf{c}, \mathbf{r}, t)$  - функция распределения плотности частиц нейтральной компоненты плазмы в фазовом пространстве,  $\mathbf{c}$  и  $\mathbf{r}$  - вектора скоростей и координат соответственно,  $f_0$  - максвелловская функция распределения по скоростям,  $S(f)$  - интеграл столкновений,  $\widetilde{\mathbf{F}}$  - приведенная сила, действующая на нейтральные атомы в процессе упругих соударений с электронами,  $W_T$  - энергия, передаваемая нейтральным атомам электронами в

процессе упругих соударений,  $n_e$  - концентрация электронов,  $\mathbf{v}_e$  - вектор скорости электронов,  $D_a$  - коэффициент амбиполярной диффузии,  $\nu_i$  - частота ионизации,  $\lambda_e$  - коэффициент теплопроводности электронного газа,  $c_p$  - теплоёмкость электронного газа,  $k_B$  - постоянная Больцмана,  $E_I$  - потенциал ионизации,  $\nu_c$  - частота упругих столкновений электронов с атомами и ионами,  $\sigma$  - проводимость плазмы,  $\delta = m_e/2m_a$ ,  $m_a$  - масса атома,  $m_e$  - масса электрона,  $\rho_e = \frac{5}{2}k_B T_e m_e n_e$ .

Граничные условия для уравнения (1.11) устанавливаются при реализации численной схемы методом ПСМ. Уравнения (1.12)-(1.13) дополняются следующими граничными и начальными условиями:

$$\begin{aligned} n_e|_{\text{inlet}} &= n_{e_{\text{inlet}}}, n_e|_{\text{outlet}} = 0, \\ n_e|_{\text{walls}} &= 0, n_e|_{\text{body}} = 0, n_e|_{t=0} = n_{e_0} \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} T_e|_{\text{inlet}} &= T_{e_{\text{inlet}}}, T_e|_{\text{outlet}} = T_{e_{\text{room}}}, \\ T_e|_{\text{walls}} &= T_{e_{\text{room}}}, \left. \frac{\partial T_e}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\text{body}} = 0, T_e|_{t=0} = T_{e_0} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Коэффициенты  $D_a$ ,  $\nu_i$ ,  $\lambda_e$  являются функциями электронной температуры  $T_e$  и находятся из соотношений (??) и (??),

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_a(\mathbf{r}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{c} f(\mathbf{c}, \mathbf{r}, t) d\mathbf{c}, \quad p_a = n_a k_B T_a, \\ \mathbf{v}_e &= \mathbf{v}_a - (D_a/n_e) \text{grad } n_e, \quad \sigma = \frac{n_e e^2 \nu_c}{m_e (\nu_c^2 + \omega^2)}, \\ T_a &= \frac{m_a \overline{\mathbf{c}^2}}{3k_B} = \frac{m_a}{3k_B} (\overline{\mathbf{c}^2} - \mathbf{v}_a^2), \quad \overline{\mathbf{c}^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{c}^2 f(\mathbf{c}, \mathbf{r}, t) d\mathbf{c}, \end{aligned} \quad (1.16)$$

где  $T_a$  из соотношений (1.16) определена для одноатомного несущего газа [53].

Таким образом, математическая модель струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления является комбинированной. Поэтому необходимо разрабатывать специальный численный метод.

### 1.3. Разработка численного метода решения задачи струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления

#### 1.3.1. Численный метод расчета основных характеристик струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления

Для расчета струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления используются следующие подходы. Уравнение Больцмана решается с помощью методов статистического моделирования, а уравнения диффузии и электронной теплопроводности - методом конечных объемов (МКО).

Метод Г.Бёрда хорошо описывает газодинамические процессы в переходном режиме для течения нейтральных разреженных газов.

Поток плазмы отличается от потока нейтрального газа наличием распределенного по объему источника тепла, так как в результате упругих столкновений электронов с атомами и ионами происходит нагрев тяжелых частиц.

Частота упругих столкновений, при которых происходит обмен энергией между частицами плазмы, в ВЧ-разряде пониженного давления  $\nu_c \sim 10^{10} - 10^{11}$  Гц. В упругих столкновениях электроны передают атомам энергию

$$E_c = \frac{3}{2} k_B \delta \nu_c n_e (T_e - T_a) \quad (1.17)$$

Удельную мощность распределенного источника тепла можно записать в виде

$$W_T = \int E_c dV dt, \quad (1.18)$$

где  $dV$  - элемент объёма.

В связи с этим применение метода Г.Бёрда для решения задачи моделирования потока ВЧ-плазмы пониженного давления требует его модифи-

кации, учитывающей наличие распределенного источника тепла и согласования с моделью сплошной среды для потока электронно-ионного газа.

Для решения системы (1.11)-(1.16) строится двухступенчатый итерационный процесс. В начале методом ПСМ Г.Бёрда [53] находится решение задачи (1.11), из которой определяются  $\mathbf{v}_a$ ,  $T_a$  и  $p_a$ . Эти значения используются далее для решения краевых задач (1.12), (1.14) и (1.13), (1.15). Далее из подсистем (1.12) и (1.13) находятся  $n_e$  и  $T_e$ , которые используются в задаче (1.11) на следующем шаге итерационного процесса. Процесс продолжается до достижения сходимости, которая оценивалась отношением последовательных приближений в норме

$$\left\| \frac{z^{j+1} - z^j}{z^j} \right\| < c, \quad (1.19)$$

где  $z$  принимает значения  $p_a, n_e, T_e$ , а  $c$  - невязка ( $\leq 10^{-2}$ ).

Для решения уравнения Больцмана в качестве основной расчетной единицы выбран элементарный объём, содержащий  $10^{14}$  атомов газа (мезочастица). Считается, что в мезочастице все атомы обладают одинаковыми характеристиками, то есть мезочастица представляет весь ансамбль атомов выбранного элементарного объема.

Для выбора количества реальных атомов «входящих» в мезочастицу, был проведен численный эксперимент для различного количества атомов в мезочастице ( $10^{12} - 10^{15}$ ). Установлено, что для рассматриваемого диапазона параметров течения удовлетворительным является использование в качестве основной расчетной единицы элементарный объём, содержащий  $10^{14}$  атомов.

Для решения уравнения (1.11) в работе используется модифицированный подход Г.Бёрда.

Модифицированный подход Г.Бёрда состоит из следующих этапов:



- 1) Разбиение геометрии расчетной области на ячейки заданного объема;
- 2) Генерация мезочастиц на основе функции распределения Максвелла и соответствующих начальных и граничных условий в ячейках расчетной области;
- 3) Расчет столкновений мезочастиц, вычисление новых скоростей и направлений движения мезочастиц;
- 4) Сдвиг мезочастиц в соответствии с их скоростями и шагом по времени, фиксация мезочастиц в новых ячейках;
- 5) Применение внешней силы  $\vec{F}$ , действующей на мезочастицы.

Процедура метода прямого статистического моделирования согласуется с уравнением Больцмана [53].

Нелинейные краевые задачи в (1.12), (1.13) линеаризуются методом сноса нелинейности на предыдущий слой. Полученные в результате линейные дифференциальные уравнения дискретизируются с помощью метода конечных объемов.

В методе конечных объемов для каждого контрольного объема  $\Omega$ , образованного построенной сеткой, для уравнений (1.12), (1.13) записываются балансовые соотношения в интегральном виде

$$\int_{\Omega} \frac{\partial n_e}{\partial t} d\Omega - \sum_k \int_{S_k} (D_a \text{grad } n_e - \mathbf{v}_a n_e) \cdot \mathbf{n} ds = \int_{\Omega} \nu_i n_e d\Omega, \quad (1.20)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} c_p \rho_e \frac{\partial T_e}{\partial t} d\Omega - \sum_k \int_{S_k} \left( \lambda_e \text{grad } T_e - \frac{5}{2} k_B n_e T_e \mathbf{v}_e \right) \cdot \mathbf{n} ds = \\ = \int_{\Omega} \left( -\frac{3}{2} k_B \delta \nu_c n_e (T_e - T_a) + \sigma E^2 - \nu_i n_e E_I \right) d\Omega, \end{aligned} \quad (1.21)$$

где  $\mathbf{n}$  - вектор нормали,  $S_k$  - куски поверхности контрольного объема  $\Omega$ .

Далее, для балансовых уравнений (1.20) и (1.21) строится дискретный аналог, интегралы в уравнениях вычисляются с помощью квадратурных фор-

мул Гаусса. Схема имеет второй порядок аппроксимации балансовых уравнений (1.20) и (1.21). По времени в расчетах используется явная схема.

### 1.3.2. Методика проведения численных экспериментов расчета газодинамики ВЧ-плазмы пониженного давления

Рабочими параметрами ВЧ-плазменной установки являются давление, температура и расход плазмообразующего газа, частота поля, сила тока индуктора (если обработка ведется в индукционном разряде), напряжение на электродах (в разряде емкостного типа). Экспериментальные данные по распределению электромагнитного поля в вакуумной камере ВЧ-плазменной установки используются при задании пространственного распределения напряженности электрического поля для уравнений неразрывности и сохранения энергии электронного газа. Размеры и конфигурация вакуумной камеры ВЧ-плазменной установки также известны [1]. По заданным размерам строится геометрическая модель вакуумной камеры и генерируется расчетная сетка. Данные по плазмообразующему газу и его основным газодинамическим характеристикам на выходе из плазматрона преобразуются в исходные данные (начальные и граничные условия) для системы уравнений (1.11)-(1.16). После определения исходных данных для численной схемы, с помощью комплекса программ производится расчет давления и скорости течения нейтральной компоненты ВЧ-плазмы, концентрации электронов и электронной температуры газа заряженных частиц.

Расчеты характеристик струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления позволяют провести оптимизацию режимов работы ВЧ-плазменной установки пониженного давления.

## 2. Разработка комплекса программ для расчета двухкомпонентного струйного течения ВЧ-плазмы при пониженных давлениях

Описывается алгоритм и программный комплекс для расчета основных характеристик струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления.

### 2.1. Описание алгоритма и программного комплекса для расчета основных характеристик струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления

Для расчета основных газодинамических параметров потока ВЧ-плазмы пониженного давления разработан программный комплекс, который позволяет найти пространственные распределения  $\mathbf{v}_a, p_a, T_a, n_e, T_e$  в заданной 3D-геометрии вакуумной камеры для невозмущенной струи.

Комплекс программ написан на языке ООП C++ в среде OpenFOAM [50] (использует библиотеки DSMC и FVM) и работает под управлением ОС Linux.

Программный комплекс состоит из следующих компонент:

1) Модуль (bash-скрипт) для моделирования различных замкнутых 3D-геометрий цилиндрической вакуумной камеры для последующей генерации сетки утилитой blockMesh,

2) Модуль (case-пакет в нотации OpenFoam), подготавливающий краевые и начальные условия для проведения расчетов пакетом программ для решения системы (1.11)-(1.16),

3) Пакет программ, работающий под ОС Linux, позволяющий рассчитывать основные характеристики потока ВЧ-плазмы в вакуумной камере пониженного давления в заданной 3D-геометрии, состоящий из:

- Программы для расчета нейтральной компоненты плазмы с учетом распределенного источника тепла;

- Программы для расчета пространственного распределения заряженных частиц плазмы с учетом конвективного переноса;

Программный комплекс позволяет на основании заданных параметров вакуумной камеры и плазмообразующего газа (конфигурация и размеры вакуумной камеры, молекулярные характеристики газа, начальное давление в камере, расход газа на входе, температура и скорость потока на входе, температура газа на стенках, входная электронная концентрация и температура) рассчитывать газодинамические характеристики потока ВЧ-плазмы пониженного давления.

Типичная геометрия расчетной области со сгущающейся сеткой представлена на рис. 2.1 справа, слева в проекции на плоскость XOZ схематично представлены области с их индексными обозначениями, на которых устанавливаются граничные условия. Все расчеты проводились для трёхмерной геометрии вакуумной камеры в декартовой системе координат.

Алгоритм метода состоит из следующих шагов. На первом шаге подготавливается 3D-геометрия области с помощью разработанного скрипта и генерируется расчетная сетка. На втором шаге подготавливается пакет файлов («case» в терминах среды OpenFOAM) с начальными и граничными условиями. На третьем шаге происходит расчет начального приближения для газодинамических характеристик нейтральной компоненты ВЧ-плазмы пониженного давления в соответствии с уравнением (1.11). Расчет продолжается до установления стационарного состояния характеристик течения  $v_a, T_a, p_a$  при заданном начальном распределении концентрации электронов и электронной температуры. После этого, на четвертом шаге начинается итерационный процесс расчета заряженной компоненты ВЧ-плазмы пониженного давления и расчета нейтральной компоненты (1.11)-(1.16). На каждом временном слое для вновь рассчитанных параметров  $n_e, T_e$  происходит

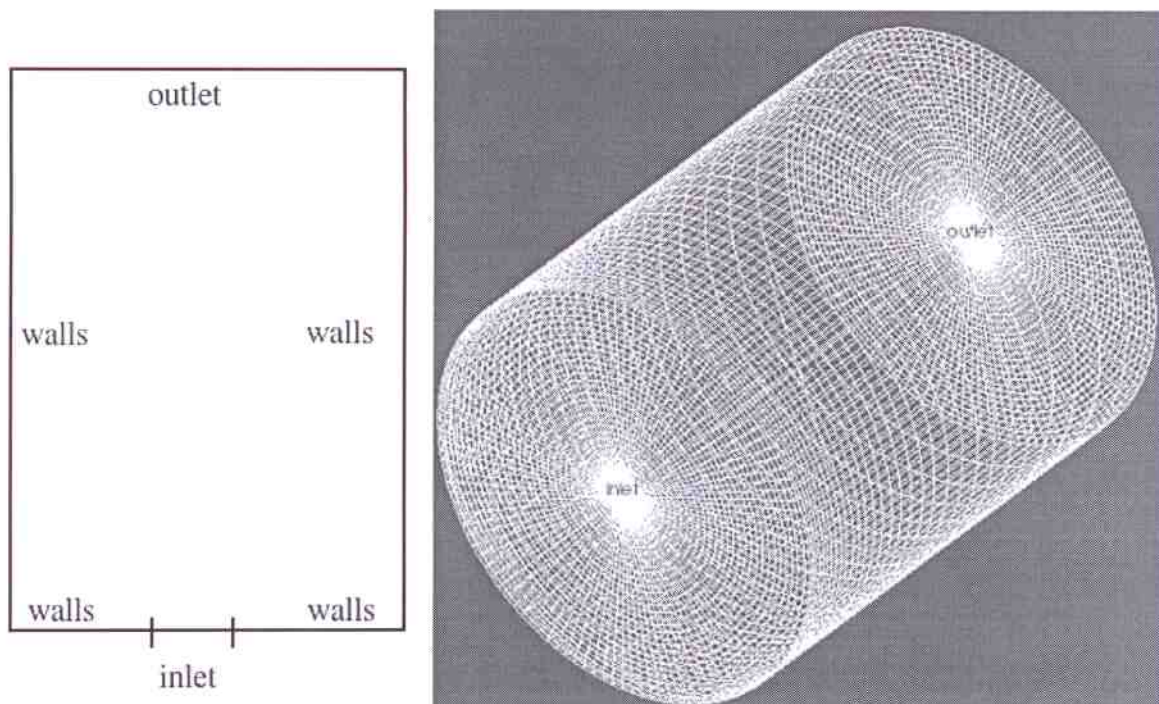


Рис. 2.1. Типичная геометрия расчетной области

пересчет параметров нейтрального газа  $\mathbf{v}_a, T_a, p_a$ . Далее происходит переход на следующий временной слой и проверка сходимости по норме, записанной для двух ближайших слоев (1.19) для параметров ВЧ-плазмы  $n_e, T_e$  и  $p_a$ . После достижения сходимости, на последнем шаге, данные передаются на постпроцессинг. Блок-схема программного комплекса представлена на рис. 2.2.

Для распараллеливания расчета применяется библиотека MPI для языка C++. Проводится декомпозиция расчетной области по расчетным ячейкам, в которых параллельно на каждом временном шаге происходит расчет параметров, далее производится обмен данными. Расчеты показали, что, например, при распараллеливании на 6 процессоров скорость расчета увеличивается приблизительно в 2,5 - 3 раза по сравнению с расчетом на одном процессоре.



Рис. 2.2. Блок-схема программного комплекса

## 2.2. Состав пакета («case» в терминологии OpenFOAM) для проведения расчетов

В состав пакета для проведения расчетов входит:

1. Папка «0» с начальными и граничными условиями,
2. Папка «constant» с файлами расчетной сетки и файлами-параметрами для запуска расчета,
3. Папка «system» с файлами-настройками параметров численных схем, интервалов записи расчетных переменных в выходные файлы и параметрами распараллеливания.

Для установки граничных и начальных условий используются файлы «Ne, Te, bondaryU, bondaryT, p» из папки «0». Пример задания граничных условий скорости на границе с обозначением «inlet»:

```
inlet
{
    type          fixedValue;
    value         uniform (0 0 350);
}
```

### **3. Проведение численных расчетов параметров струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления для вакуумной камеры ВЧ-плазменной установки в модели с образцом и определение газодинамических параметров плазмы вблизи обрабатываемого изделия**

Описываются элементы модификации программного комплекса и численные расчеты газодинамики ВЧ-плазмы пониженного давления в свободном потоке и при наличии в струе образца.

#### **3.1. Модификация программного комплекса для расчета течения ВЧ-плазмы при наличии в струе образца**

Для расчета основных газодинамических параметров потока ВЧ-плазмы пониженного давления в присутствии в струе образца программный комплекс был модифицирован. За счет проведенной доработки комплекса программ стало возможным для заданной 3D-геометрии вакуумной камеры при наличии в струе образца, найти пространственные распределения основных газодинамических характеристик потока ВЧ-плазмы пониженного давления в струе и в области образца.

Программный комплекс позволяет на основании заданных параметров вакуумной камеры и плазмообразующего газа (конфигурация и размеры вакуумной камеры, молекулярные характеристики газа, начальное давление в камере, расход газа на входе, температура и скорость потока на входе, температура газа на стенках, входная электронная концентрация и температура) рассчитывать газодинамические характеристики потока ВЧ-плазмы пониженного давления в струе и вблизи поверхности обрабатываемого тела.



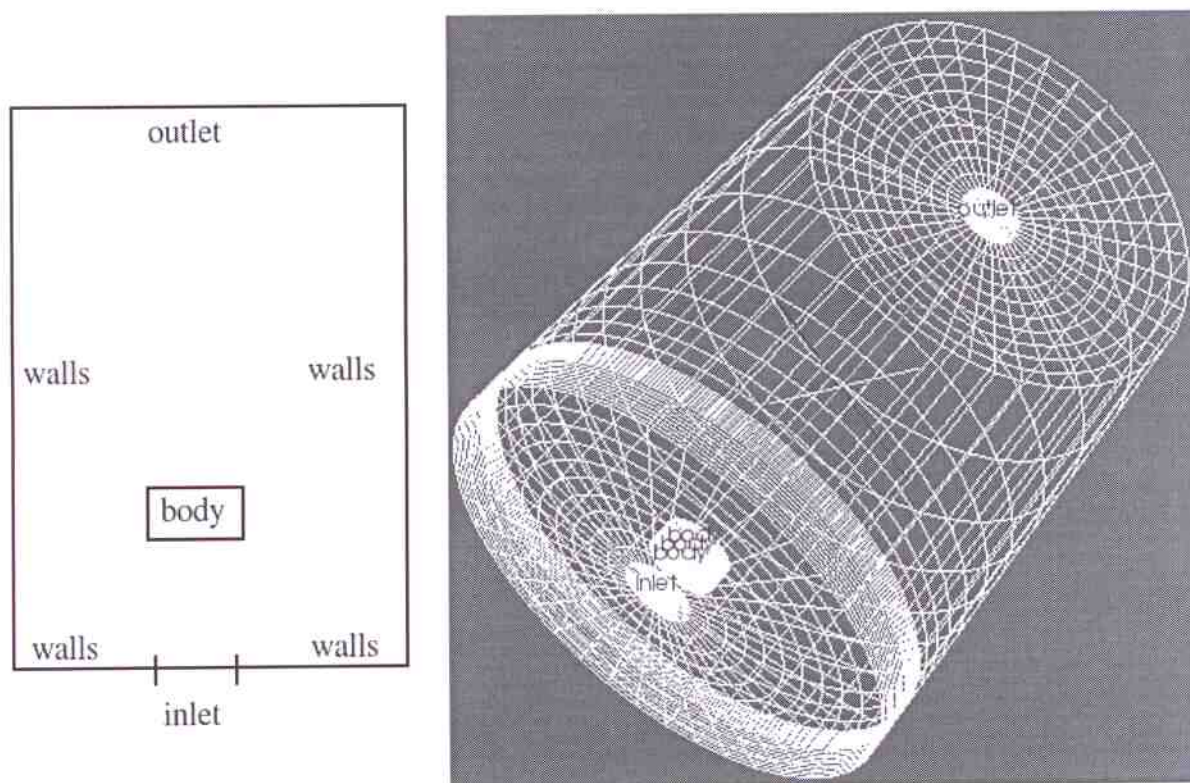


Рис. 3.1. Типичная геометрия расчетной области при наличии образца

Типичная геометрия расчетной области с моделируемым образцом представлена на рис. 3.1 справа, слева в проекции на плоскость XOZ схематично представлены области с их индексными обозначениями, на которых устанавливаются граничные условия. Образец расположен на расстоянии  $L_{tb}$  от входного отверстия.

Для расчетов с моделируемым образцом потребовалась разработка новой геометрии вакуумной камеры. При создании новой геометрии резко возросло число составных элементов 3D-модели вакуумной камеры с 5 при «пустой» модели до 26 при добавленном цилиндрическом образце в модель. В виду этого создан новый файл-скрипт для генерации вакуумной камеры с образцом, в котором в начале файла определяются дополнительные параметры, включающие габариты образца и описаны составные части 3D-модели вакуумной камеры.

Численный метод для расчета течения ВЧ-плазмы пониженного давления в присутствии в струе образца был доработан с учетом появления новой границы «body» и новых граничных условий. Проведенные доработки потребовали регенерации расчетной сетки для модели вакуумной камеры с образцом (рис. 3.1, справа).

### 3.2. Параметры расчетов

Перед численным моделированием проведена верификация программного комплекса: МКО - по точному решению ( $n_e(x, y) = \sum A \sin(bx) \cos(cy)$ , где  $A, b, c = const$ , выбираются из граничных условий), а метода ПСМ путём сравнения с экспериментальными данными, которые описаны ниже.

Проведены расчеты характеристик течения ВЧ-плазмы пониженного давления для модели вакуумной камеры радиусом  $R_{vk} = 0.1 \div 0.3$  м, радиусом входного отверстия  $R_{rk} = 0.005 \div 0.02$  м и длиной камеры  $L_{vk} = 0.2 \div 0.6$  м.

Предполагается, что через входное отверстие вакуумной камеры втекает поток плазмы аргона с давлением на входе в диапазоне  $p_{inlet} = 35 \div 165$  Па, температурой  $T_{inlet} = 300 \div 700$  К, скоростью потока  $v_{inlet} = 300 \div 1000$  м/с и электронной температурой  $T_e = 10000 \div 30000$  К. Расход газа составлял  $G \sim 0.02 - 0.24$  г/с, степень ионизации в камере  $\Delta_n = 10^{-7} - 10^{-4}$ , начальное давление в камере  $p_0 = 3.5 \div 16.5$  Па. Обрабатываемое изделие моделировалось цилиндром размерами  $R_b = 0.01 \div 0.06$  м,  $L_b = 0.01 \div 0.06$  м, который располагался по центру потока на расстоянии  $L_{tb} = 0.03 \div 0.3$  м от входного отверстия. Плоскость образца располагалась перпендикулярна потоку.

Расчеты показали, что время установления течения до стационарного состояния при данных условиях составляло  $\sim 10^{-2}$  с.

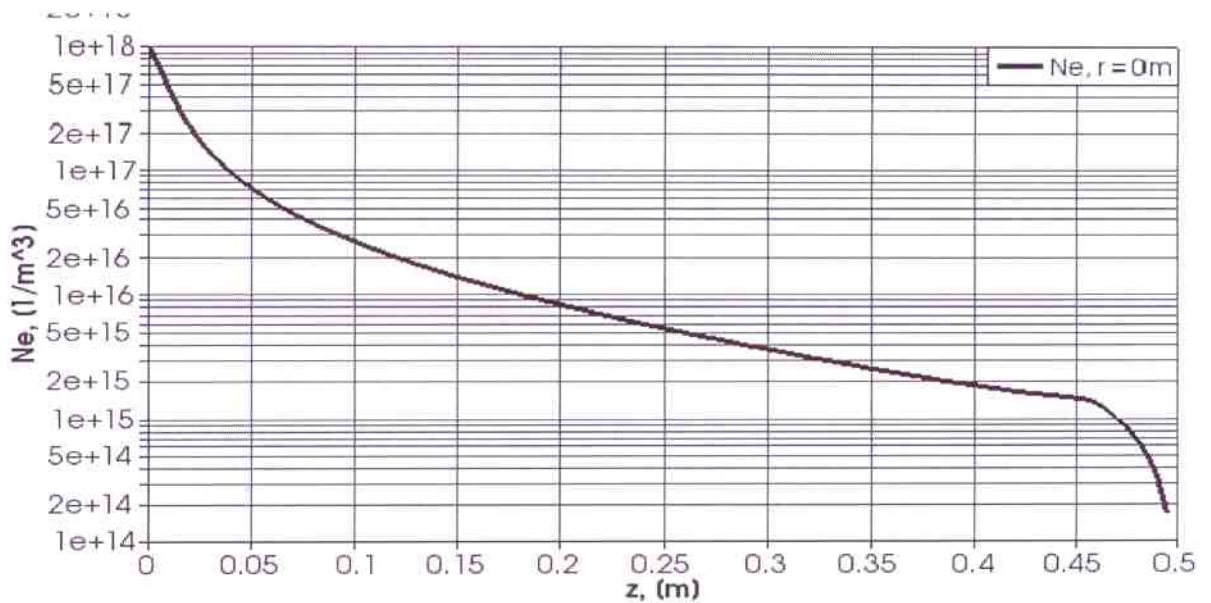


Рис. 3.2. Распределение  $n_e$  (на рис. обозн. Ne [ $1/\text{м}^3$ ]) вдоль невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$   $1/\text{м}^3$ ,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

В результате численных расчетов установлены основные закономерности струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления для невозмущенной струи и струи с образцом, приведены графики рассчитанных характеристик.

### 3.3. Концентрация электронов

Расчёты показали, что концентрация электронов  $n_e$  убывает вдоль струи (рис. 3.2) с  $10^{18}$  до  $10^{14}$ , что соответствует экспериментальным данным [2].

Профили  $n_e$  в радиальном распределении колоколообразные и распределение выравнивается к концу струи. Для струи с образцом  $n_e$  резко спадает у образца, так как происходит рекомбинация, что можно видеть на рис. 3.3. Это говорит о том, что разряд является диффузным.

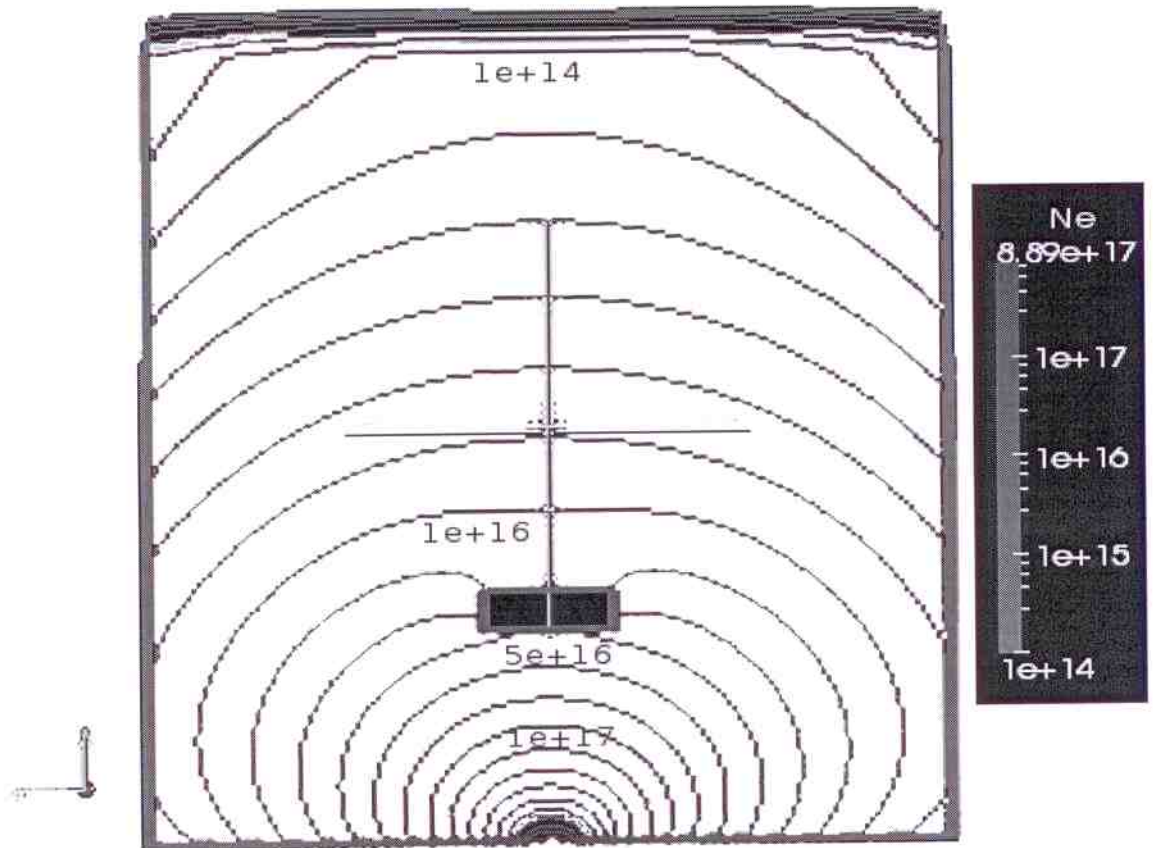


Рис. 3.3. Изолинии  $n_e$  (на рис. обозн. Ne [ $1/m^3$ ]) в срезе вакуумной камеры плоскостью XOZ ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $L_{tb} = 0.13$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e,inlet} = 10^{18}$   $1/m^3$ ,  $T_{e,inlet} = 11600$  К).

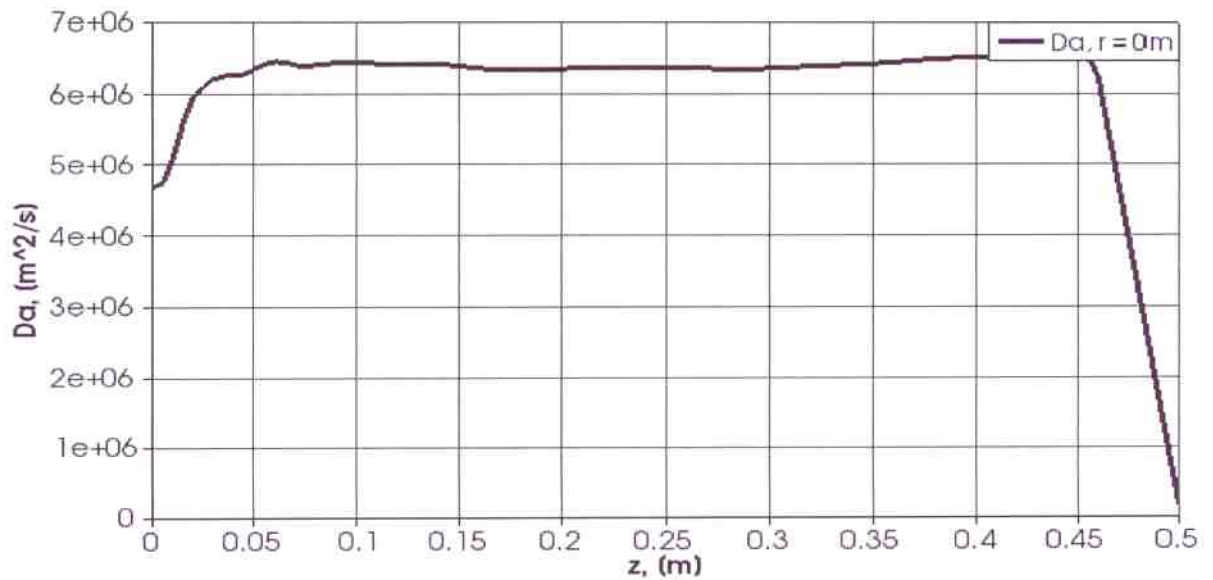


Рис. 3.4. Распределение  $D_a$  (на рис. обозн.  $Da$  [ $\text{m}^2/\text{c}$ ]) вдоль невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

Значение коэффициента амбиполярной диффузии в начале струи растет, затем выравнивается и резко падает к стенкам, что связано с выравниваем концентрации электронов и ионов по камере (рис. 3.4).

Частота ионизации сначала уменьшается, затем выравнивается вдоль струи (рис. ??) и падает к стенкам камеры, что адекватно описывает уменьшение числа рождаемых ионов в струе ВЧ-плазмы пониженного давления.

### 3.4. Электронная температура

Из радиального распределения температуры электронов видно, что у стенок камеры температура электронов резко падает в виду граничных условий, а в центре камеры температура электронов распределена равномерно (рис. 3.7).

Вдоль струи  $T_e$  распределена практически равномерно по камере и резко убывает у стенок вакуумной камеры (рис. 3.6). Равномерность рас-

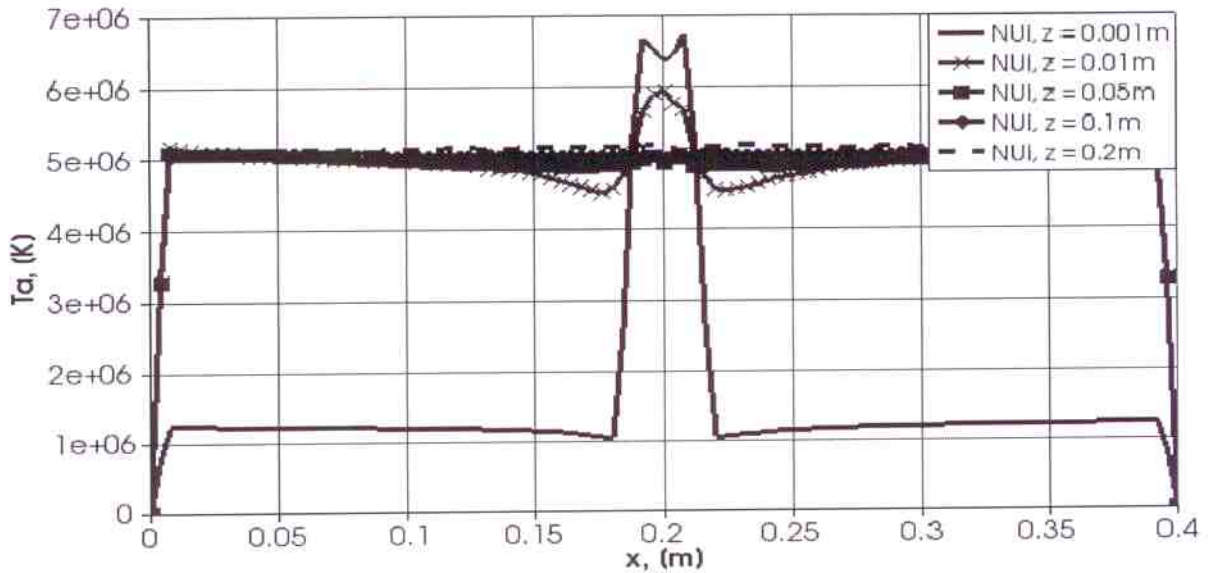


Рис. 3.5. Распределение  $\nu_i$  (на рис. обозн.  $NU_i$  [1/с]) в радиальном сечении невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

пределения  $T_e$  связана с эффективной теплопередачей в электронном газе. Резкое падение температуры электронов около стенок обусловлено граничными условиями первого рода ( $T_e = 300$ К).

При помещении в струю образца температура падает у границы тела до температуры тела в виду невысокой концентрации электронов и малой относительной энергии приходящейся на единицу площади материала (рис. 3.8), что согласуется с физическими процессами возле образца.

Коэффициент электронной теплопроводности спадает по струе (рис. 3.9). Это объясняется тем, что электроны распределяются по камере и средние длины свободного пробега увеличиваются, ввиду чего возможности передачи тепла в электронном газе уменьшается.

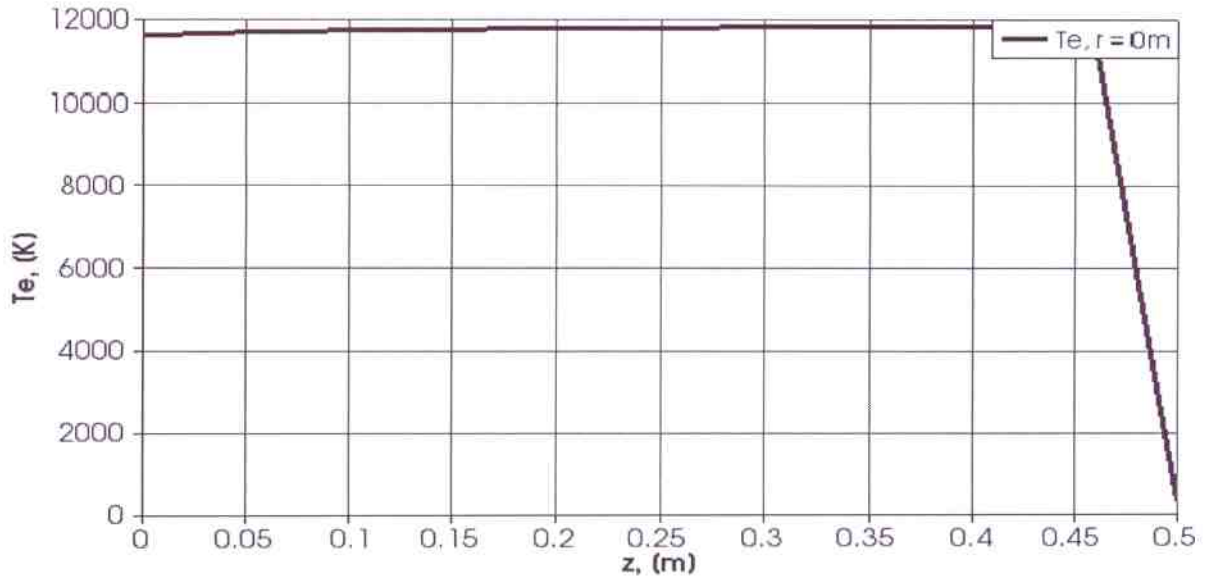


Рис. 3.6. Распределение  $T_e$  (на рис. обозн.  $T_e$  [K]) вдоль невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$   $1/\text{м}^3$ ,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

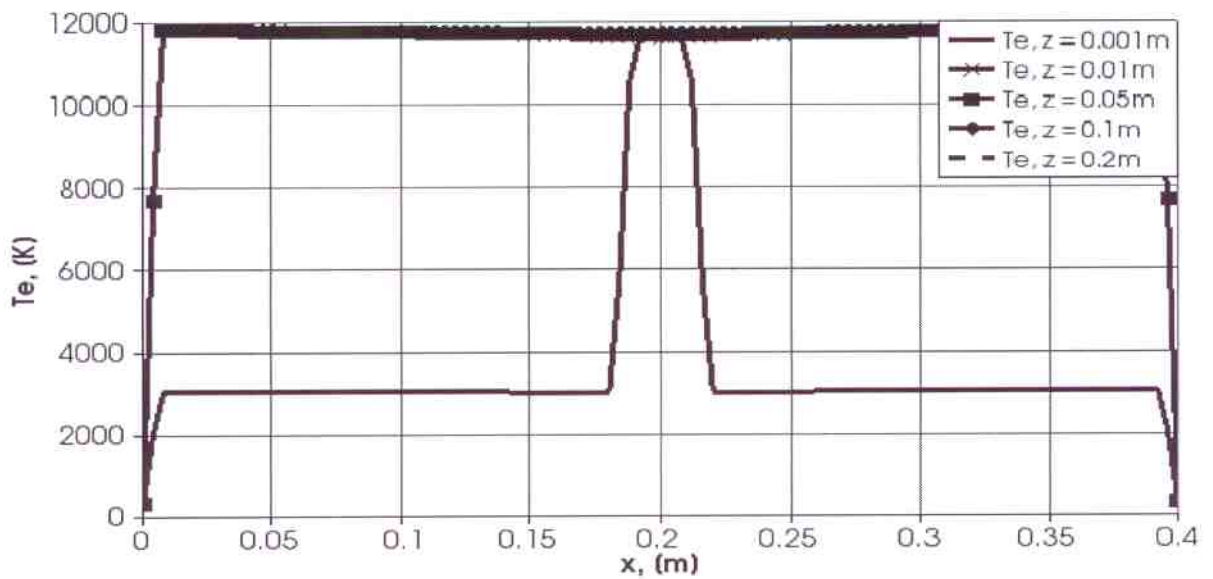


Рис. 3.7. Распределение  $T_e$  (на рис. обозн.  $T_e$  [K]) в радиальном сечении невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$   $1/\text{м}^3$ ,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

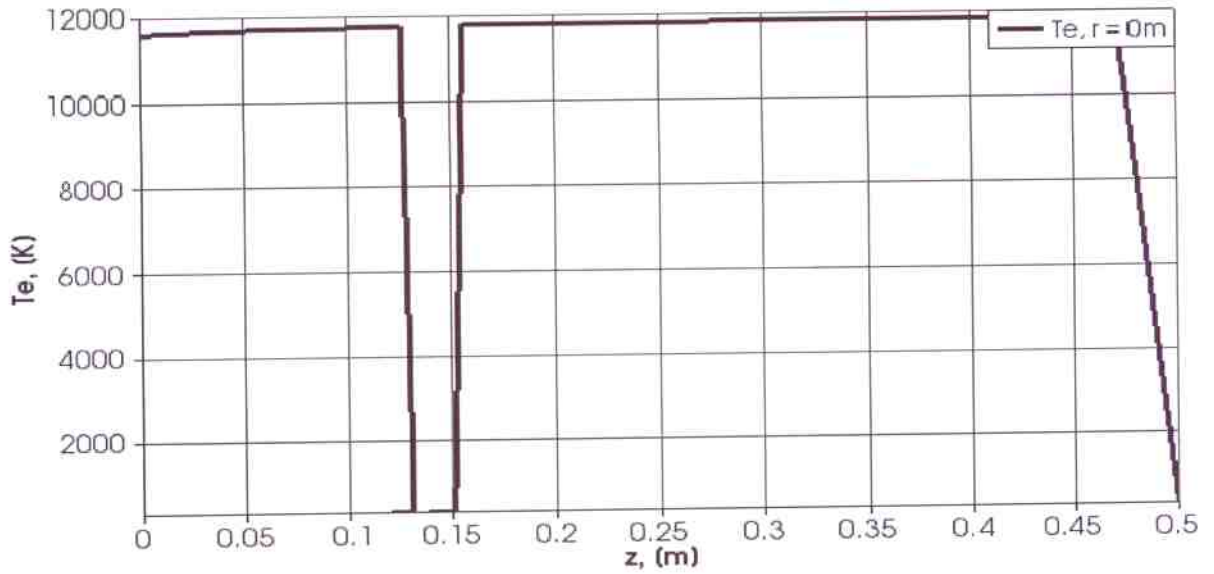


Рис. 3.8. Распределение  $T_e$  (на рис. обозн.  $T_e$  [K]) вдоль струи при наличии образца в струе ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $L_{tb} = 0.13$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

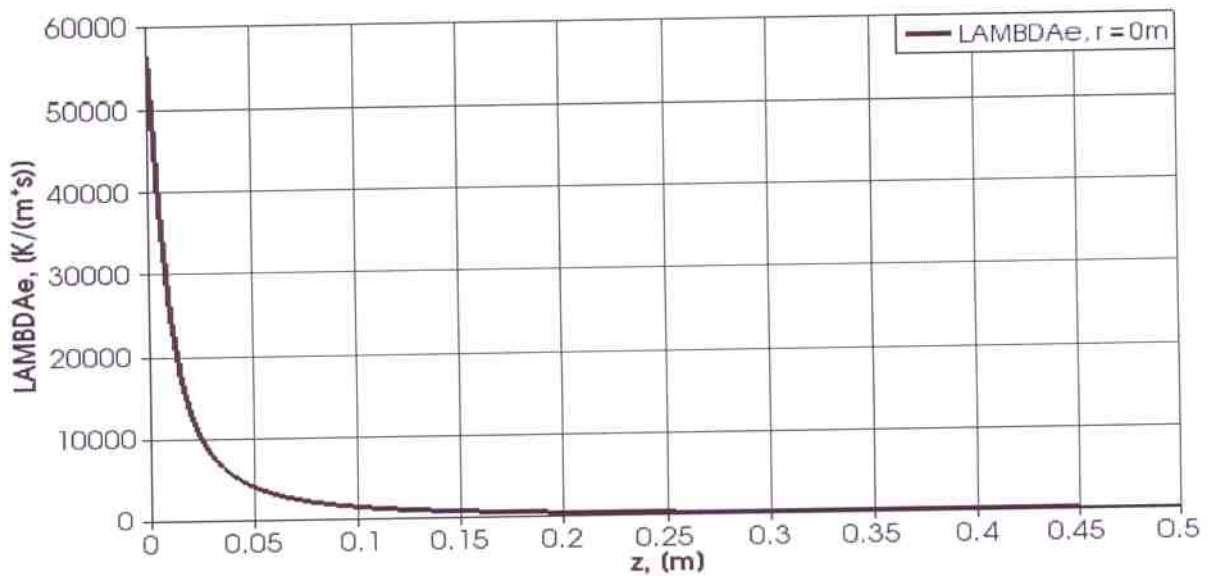


Рис. 3.9. Распределение  $\lambda_e$  (на рис. обозн.  $LAMBDAe$  [K/(м · с)]) в радиальном сечении невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).



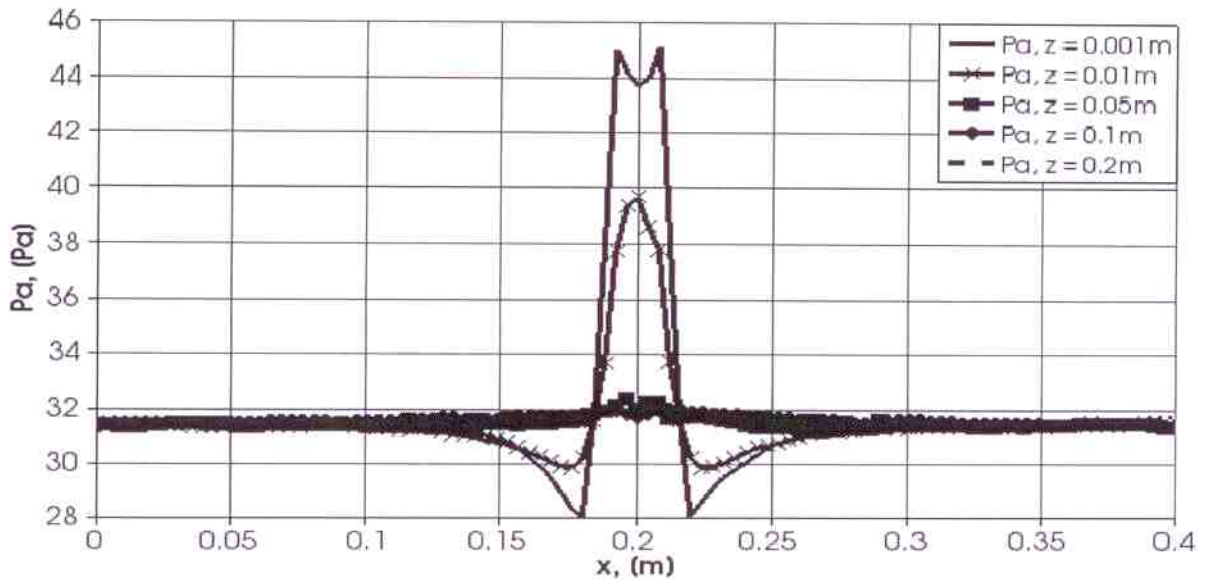


Рис. 3.10. Распределение  $p_a$  (на рис. обозн.  $P_a$  [Па]) в радиальном сечении невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

### 3.5. Давление несущего газа

Профили давления в невозмущенной струе – колоколообразные, за исключением профиля в начале струи. На входе вокруг струи создается зона разрежения. Это вызвано, по видимому, эффектом «подсоса» окружающего газа в струю. Давление выравнивается на небольшом удалении (около 0.05 м) от входного отверстия (рис. 3.10).

На графике распределения давления нейтральных атомов вдоль струи (рис. 3.11) видно, что давление уже на расстоянии около 0.05 м выравнивается по камере.

При помещении в струю образца (рис. 3.12), давление на удалении  $0.05 \div 0.15$  м от входного отверстия сначала падает (кривые 2, 3), затем при подходе газа к образцу – нарастает (кривая 4), что связано с торможением потока. За образцом создается область пониженного давления, а затем оно выравнивается, как и в модели без образца.

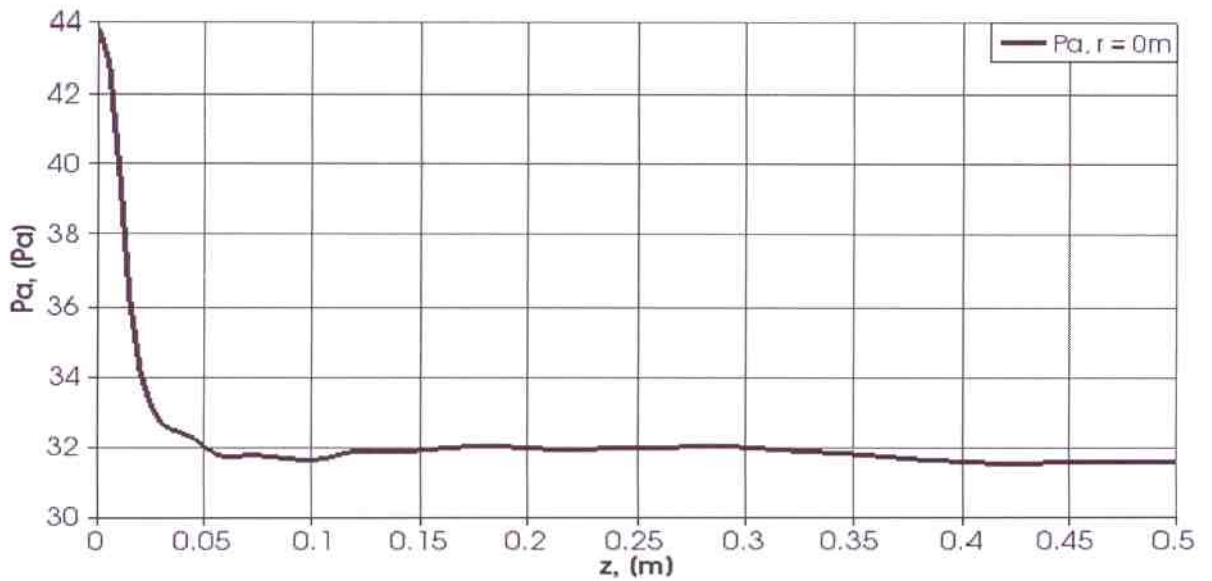


Рис. 3.11. Распределение  $p_a$  (на рис. обозн.  $P_a$  [Па]) вдоль невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

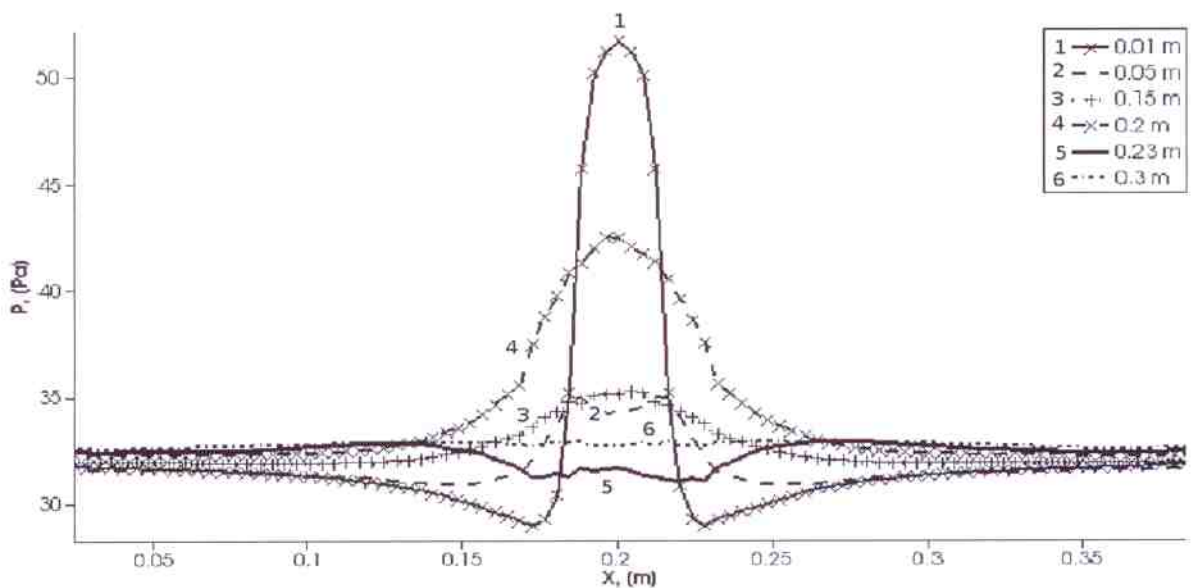


Рис. 3.12. Распределение  $p_a$  (на рис. обозн.  $P_a$  [Па]) в радиальном сечении невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.24$  г/с,  $T_{inlet} = 500$  К,  $v_{inlet} = 1000$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

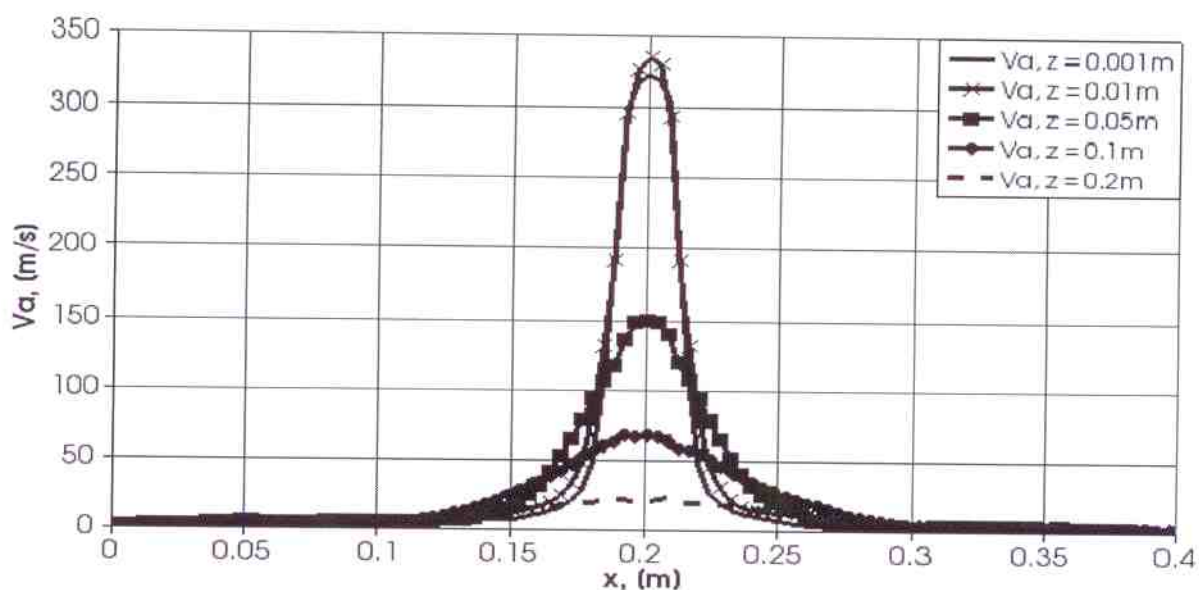


Рис. 3.13. Распределение модуля скорости  $v_a$  (на рис. обозн.  $V_a$  [м/с]) в радиальном сечении невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

Распределение давления в продольном сечении вакуумной камеры наглядно представлено с помощью изолиний (рис. ??).

### 3.6. Скорость несущего газа

В невозмущенной струе профиль поперечного сечения скорости имеет колоколообразную форму, причем с удалением от входного отверстия высота «колокола» (значение скорости по оси потока) уменьшается, а основание увеличивается, то есть струя расширяется (рис. 3.13).

На графике распределения скорости нейтральных атомов вдоль струи (рис. 3.14) видно, что сначала происходит небольшое ускорение нейтрального газа из-за перепада давлений между камерой и на входном отверстии.

При увеличении скорости газа до 1000 м/с на входе в вакуумную камеру профили остаются колоколообразными (рис. ??).

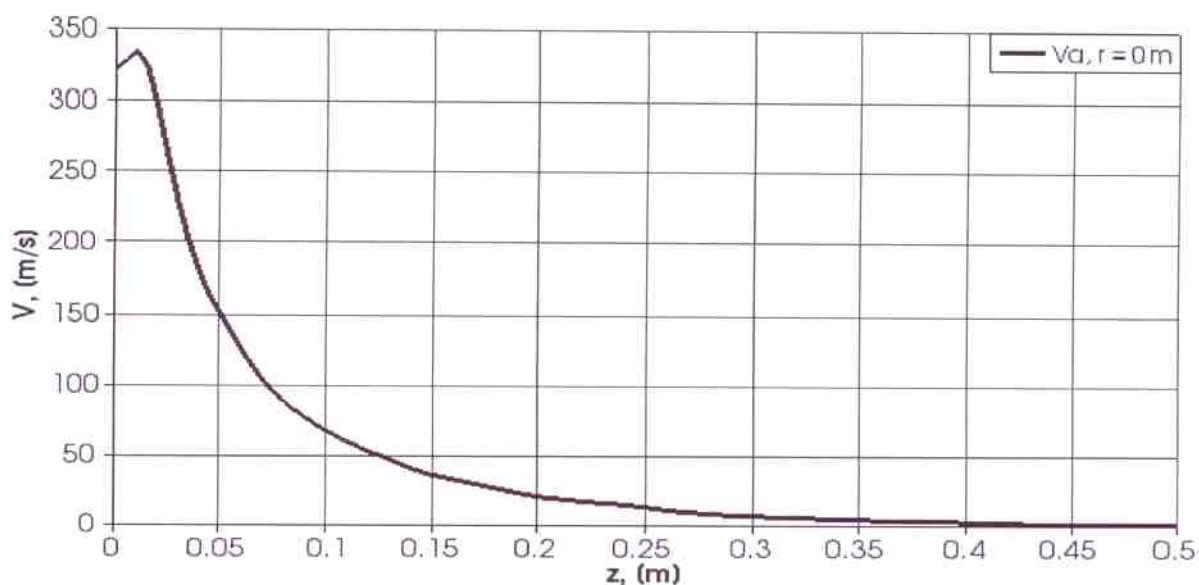


Рис. 3.14. Распределение модуля скорости  $v_a$  (на рис. обозн.  $V_a$  [м/с]) вдоль невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

В модели с образцом скорость убывает при приближении потока газа к телу, а далее вокруг тела становится заметно больше, чем в области столкновения потока с плоскостью образца (кривые 4, 5), что соответствует экспериментальной картине движения газа.

На графике изолиний скорости можно видеть как поток обтекает образец (рис. 3.16).

### 3.7. Температура несущего газа и эффект перегрева в некоторых режимах течения

Из анализа пространственного распределения температуры нейтральных атомов вдоль струи можно сделать вывод, о том, что на входе температура резко возрастает (около 10 градусов относительно температуры на входе в вакуумную камеру), а далее спадает вниз по потоку до 320 К (рис. 3.17).

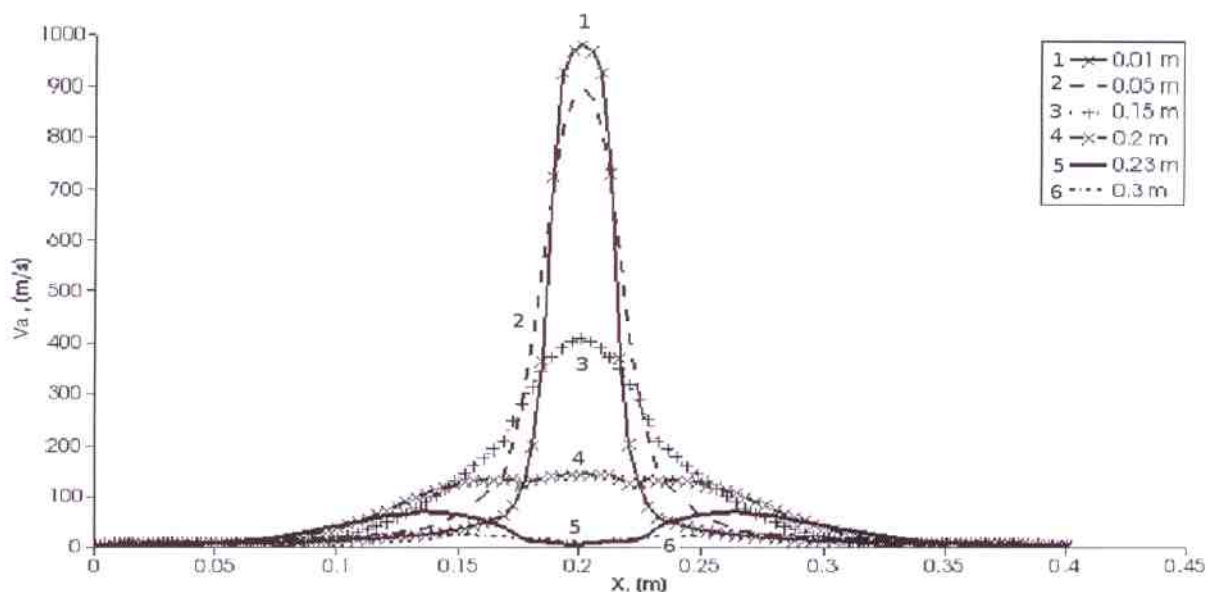


Рис. 3.15. Распределение модуля скорости  $v_a$  в радиальном сечении струи при наличии образца ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.24$  г/с,  $T_{inlet} = 500$  К,  $v_{inlet} = 1000$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

В результате численных экспериментов обнаружен эффект перегрева струи по периферии, особенно ощутимый при скоростях потока больше 750 м/с и давлении на входе меньше 70 Па. Из рис. 3.18 видно, что максимальное значение температуры создается на периферии струи, а минимум температуры достигается в центре (кривые 1, 2). Температура в поперечном сечении быстро спадает при удалении от струи.

Профили температуры становятся колоколообразными на расстоянии 0.15 м от входного отверстия вакуумной камеры, потом плавно уменьшаются с удалением от струи, при этом выравнивание температуры в поперечном сечении не происходит. Эффект нагрева газа по периферии струи вызван, по-видимому, резким торможением молекул струи газа при столкновении с неподвижным газом в камере.

Эффект перегрева струи подтвержден экспериментально сотрудниками КНИТУ(КХТИ): был собран фланец с термопарами (рис. 3.19) и из-

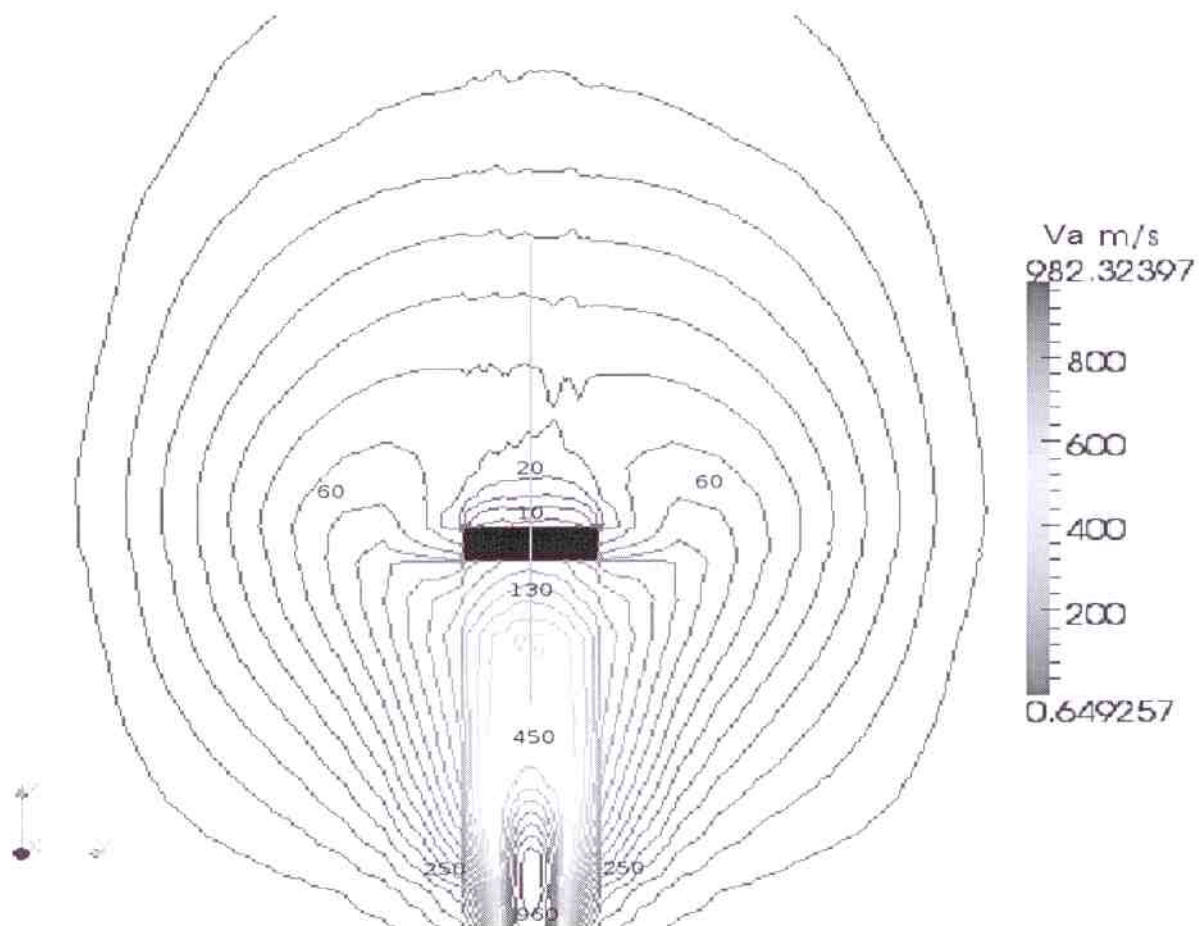


Рис. 3.16. Изолинии модуля скорости  $v_a$  (на рис. обозн.  $V_a$  [м/с]) при наличии образца в струе ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

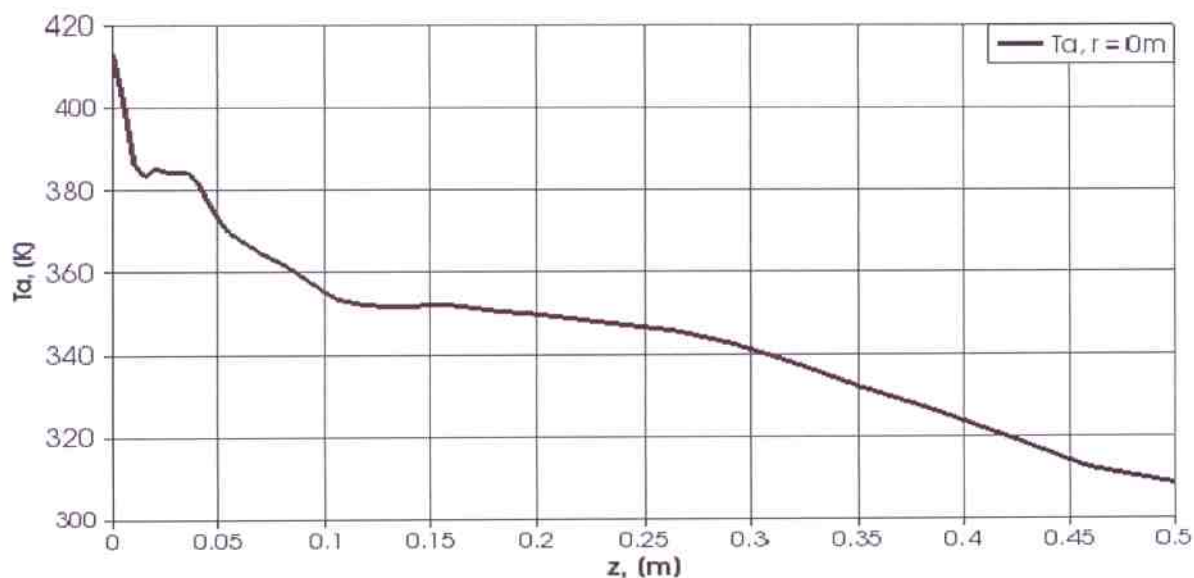


Рис. 3.17. Распределение  $T_a$  (на рис. обозн.  $T_a$  [K]) в радиальном сечении невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.08$  г/с,  $T_{inlet} = 400$  К,  $v_{inlet} = 350$  м/с,  $n_{e_{inlet}} = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $T_{e_{inlet}} = 11600$  К).

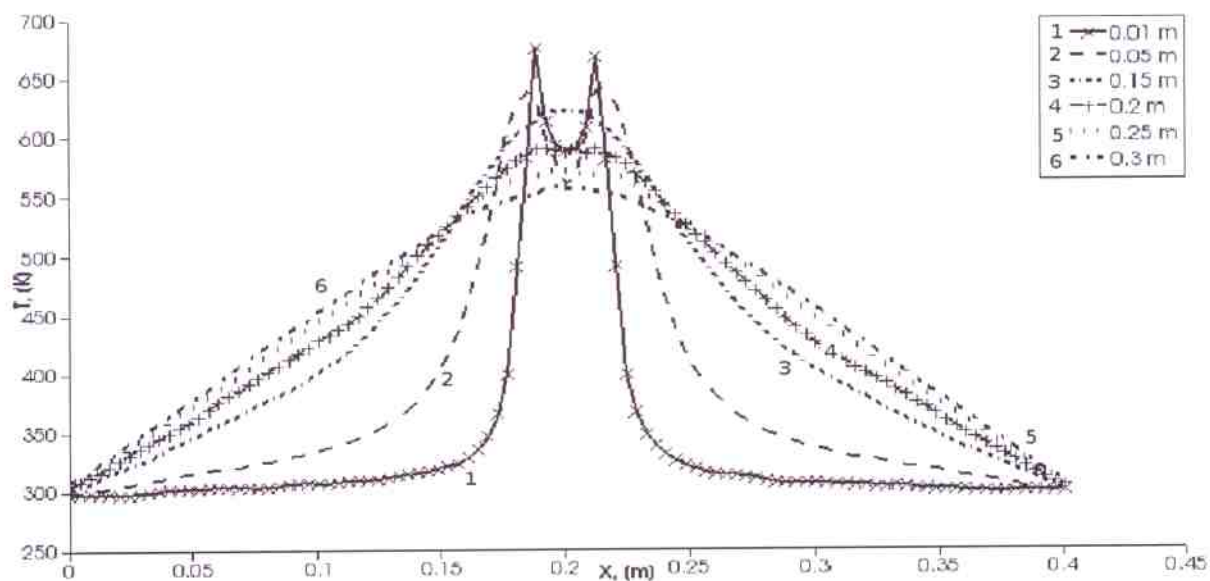


Рис. 3.18. Радиальное распределение температуры  $T_a$  (на рис. обозн.  $T$  [K]) в поперечном сечении невозмущенной струи ( $R_{rk} = 0.012$  м,  $R_{vk} = 0.2$  м,  $L_{vk} = 0.5$  м,  $G = 0.24$  г/с,  $T_{inlet} = 500$  К,  $v_{inlet} = 1000$  м/с).

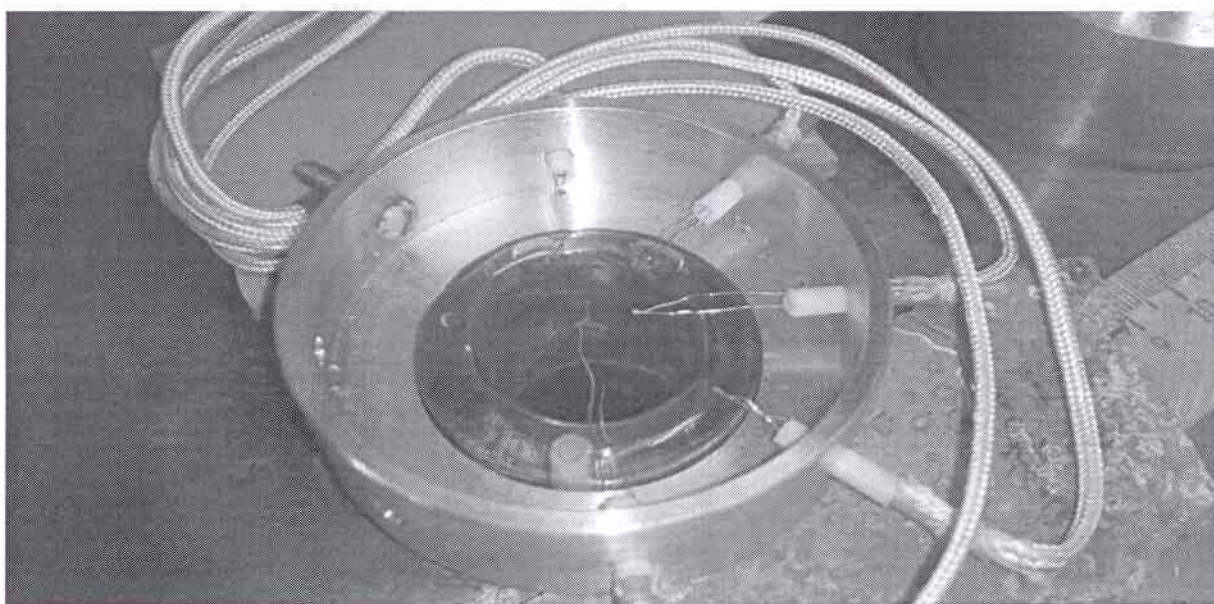


Рис. 3.19. Фланец с термопарами на ВЧИ-плазменной установке.

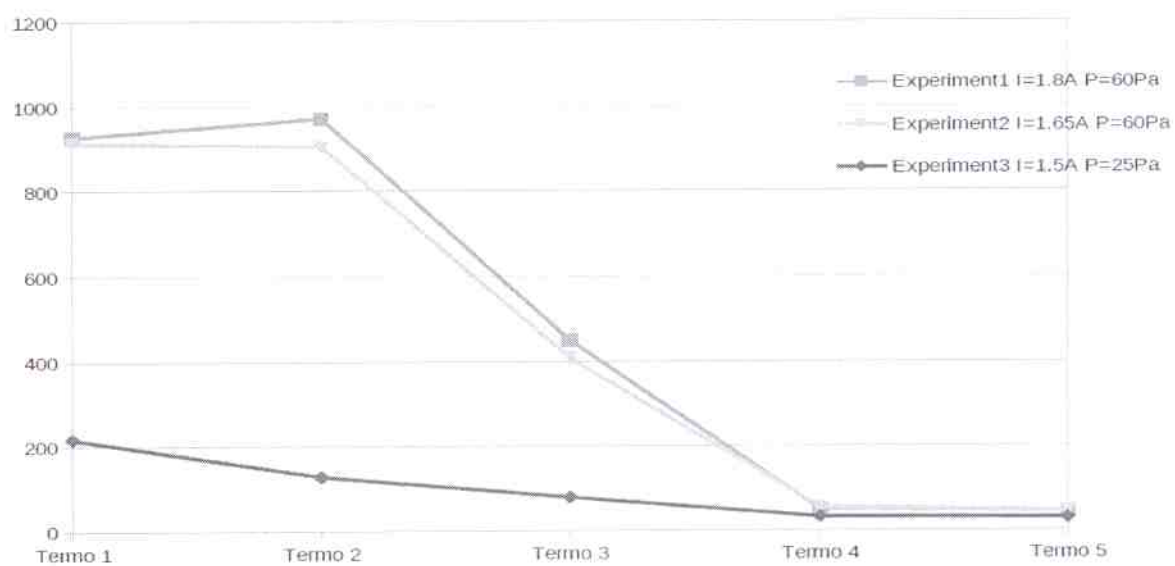


Рис. 3.20. Температура газа на термопарах в эксперименте.



мерена температура несущего газа в струе с помощью термопар (рис. 3.20). При увеличении скорости продува и сохранении пониженного давления ВЧ-плазмы в некотором диапазоне температур возникает эффект перегрева струи по периферии (рис. 3.20, Experiment1). Таким образом, получено качественное подтверждение эффекта перегрева несущего газа по периферии струи.

#### 4. Разработка рекомендаций по режимам течения рабочего газа и оптимальной зоне обработки материалов при давлении 13.3-133 Па для различных степеней ионизации и термической неравновесности ВЧ-плазмы пониженного давления в диапазоне чисел Кнудсена для несущего нейтрального газа $8 \cdot 10^{-3} < \text{Kn} < 7 \cdot 10^{-2}$

На основании проведенных расчетов разработаны рекомендации по выбору зоны равномерной обработки ряда полимерных и неорганических изделий в струе ВЧ-плазмы пониженного давления. В частности, для равномерной обработки большинства твердотельных изделий рекомендуется устанавливать расход газа не более 0.2 г/с и изделие размещать на расстоянии не менее 10 см от выходного отверстия плазмотрона. Рекомендации представлены в таблице.

Таблица 4.1

Рекомендации по выбору параметров течения рабочего газа для обработки изделий в потоке ВЧ-плазмы пониженного давления.

Расход $G$ г/с	$T_{a_{inlet}}$ , К	$T_{e_{inlet}}$ , эВ	$n_{e_{inlet}}$ , $\text{м}^{-3}$	$v_{inlet}$ м/с	Минимальное расстояние $L_{tb}$ до образца, см
0.02-0.08	300-500	1-1.5	$10^{16} - 10^{17}$	150-350	>4.5
0.08-0.12	300-500	1-1.5	$10^{16} - 10^{17}$	350-500	>6.5
0.12-0.2	300-600	1-2	$10^{16} - 10^{18}$	500-800	>10
0.2-0.24	400-600	1-2	$10^{16} - 10^{18}$	800-1000	>13.5

На основании данных рекомендаций возможно подобрать оптимальный режим обработки, обеспечивающий равномерность воздействия плазмы на поверхность изделия.

Таким образом, разработана математическая модель двухкомпонентного струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления в переходном режиме течения для чисел Кнудсена  $8 \cdot 10^{-3} \leq Kn \leq 7 \cdot 10^{-2}$ , сочетающая кинетическую модель на основе уравнения Больцмана для течения несущего газа и модель сплошной среды для газа заряженных частиц. Произведена разработка численного метода решения задачи моделирования струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления в переходном режиме на основе соединения метода прямого статистического моделирования для расчета характеристик потока нейтральных атомов и метода конечных объемов для расчета характеристик потока заряженных частиц.

На основании численного метода разработан программный комплекс для расчета основных газодинамических параметров потока ВЧ-плазмы пониженного давления для невозмущенной струи и струи с образцом. В результате проведенных численных экспериментов выявлены закономерности течения ВЧ-плазмы пониженного давления в свободном потоке и при обтекании твердого тела, в том числе обнаружен эффект зоны перегрева газа по периметру струи на выходе из плазмотрона, который подтвержден экспериментальными исследованиями, то есть разработанная методика расчета и модель имеют предсказательный характер.

## Заключение

В ходе выполнения работы «Математическое моделирование газодинамики потока высокочастотной плазмы пониженного давления для обработки полимерных и неорганических материалов» разработаны математическая модель и численный метод для моделирования струйного течения нейтральной и заряженной компонент ВЧ-плазмы при пониженных давлениях, комплекс программ для расчета двухкомпонентного струйного течения ВЧ-плазмы при пониженных давлениях. Проведены численные эксперименты по расчету газодинамических параметров ВЧ-плазмы пониженного давления для невозмущенной струи. Рассчитаны параметры струйного течения ВЧ-плазмы пониженного давления для вакуумной камеры ВЧ-плазменной установки в модели с образцом и определены газодинамические параметры плазмы вблизи обрабатываемого изделия. Даны рекомендации по режимам течения рабочего газа и оптимальной зоне обработки материалов при давлении 13.3-133 Па для различных степеней ионизации и термической неравновесности ВЧ-плазмы пониженного давления в диапазоне чисел Кнудсена для несущего нейтрального газа  $8 \cdot 10^{-3} < Kn < 7 \cdot 10^{-2}$ .

Выявлен эффект перегрева несущего газа по периферии струи для невозмущенного потока при некоторых параметрах течения ВЧ-плазмы пониженного давления.

Созданная математическая модель представляет собой новую модель течения разреженной ВЧ-плазмы в переходном режиме и имеет возможность будущего применения ее с соответствующей доработкой в задачах физики атмосферы, например для задач выхода в космос космических кораблей через ионосферу и других областях науки, исследующих течения разреженной плазмы и частично-ионизованного газа.

Обработка материалов в струе плазмы ВЧ-разряда пониженного давления является эффективным способом усовершенствования их технологических характеристик, таких как прочность, износостойкость и др.

Повышение прочности волокон при разрыве обеспечивает улучшение эксплуатационных свойств получаемых из них изделий, улучшение условий переработки материалов, уменьшение потери прочности гидрофильных материалов в мокром состоянии. Максимально достижимая расчетная прочность необработанных волокон значительно выше реально достигаемой прочности (например, для целлюлозных волокон теоретическая прочность составляет 200–450 гс/текс и даже 1350 гс/текс, в то время как экспериментальная прочность 30 гс/текс). ВЧ-плазменная обработка позволяет приблизить значение экспериментальной прочности к расчетному значению.

Полученные в результате численного моделирования параметры течения разреженной ВЧ-плазмы для невозмущенной струи и струи с образцом позволяют определить оптимальные режимы обработки образцов, что в итоге ускорит проведение технологических процессов и позволит получить изделия с улучшенными функциональными и потребительскими свойствами. Результаты проведенных исследований с некоторой доработкой могут быть использованы на предприятиях, проводящих ВЧ-плазменную обработку выпускаемых изделий. Поставленные в техническом задании задачи НИР решены полностью. Результаты опубликованы в работах [79]- [89].

## Литература

1. Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Кудинов В.В. Физическая модель взаимодействия высокочастотной плазмы с твердыми телами в динамическом вакууме // Физ. и хим. обработки матер. 2003. № 4. С. 46-52.
2. Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Кашапов Н.Ф. Высокочастотная плазменно-струйная обработка материалов при пониженных давлениях. Теория и практика применения.— Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2000. — 348 с.
3. Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Абуталипова Л.Н., Красина И.В. Высокочастотная плазменная обработка в динамическом вакууме капиллярно-пористых материалов: теория и практика применения.— Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2004. — 428 с.
4. Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Сагбиев И.Р., Шаехов М.Ф. Модификация нанослоев в высокочастотной плазме пониженного давления.— Казань: Изд-во Казан. гос. технол. ун-та, 2007. — 356 с.
5. Желтухин В.С., Кулевцов Г.Н., Джанбекова Л.Р., Абдуллин И.Ш., Красина И.В., Вознесенский Э.Ф. Повышение эффективности использования сырья, полуфабриката, отходов и вспомогательных материалов кожевенного производства с применением низкотемпературной плазмы — Казань: Изд-во Казан. гос. технол. ун-та, 2008.- 260 с.
6. Желтухин В.С., Абдуллин И.Ш., Вознесенский Э.Ф., Красина И.В. Моделирование наноструктуры кожевенного материала на стадиях производства и при ВЧЕ-плазменной обработке.— Казань: Изд-во Казан. гос. технол. ун-та.- 2009.- 228 с.- ISBN 978-5-7882-0646-2
7. Сергеева Е.А., Желтухин В.С., Абдуллин И.Ш. Модификация синтетических волокнистых материалов и изделий неравновесной низкотемпературной плазмой: ч. 1. Теория, модели, методы.— Казань: Изд-во Казан. гос. технол. ун-та.- 2011.- 252 с.

8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - 7-е изд., испр. - М.: Дрофа, 2003. - 840 с. (ISBN 5-7107-6327-6)
9. Абалакин И.В., Четверушкин Б.Н. Применение кинетически-согласованных разностных схем для моделирования течений умеренно разреженных газов // Матем. моделирование. - 1992. - Т. 4, № 11. - С.19-35
10. Бёрд Г.А. Молекулярная газовая динамика. - М.: Мир, 1981. - 319 с.
11. Желтухин В.С., Шемахин А.Ю. Расчет газодинамики струй ВЧ-плазмы пониженного давления // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. - 2011. - Т.153, кн. 4. - С. 135-142.
12. Хубатхузин А.А, Абдуллин И.Ш., Гатина Э.Б., Желтухин В.С., Шемахин А.Ю. Формирование наноструктурированных покрытий на поверхности титановых сплавов с помощью ВЧ-плазмы пониженного давления // Вестник Казанского технологического университета. - 2012. - № 14. - С. 37-41.
13. Хубатхузин А.А, Абдуллин И.Ш., Гатина Э.Б., Желтухин В.С., Шемахин А.Ю. Создание наноструктурированных покрытий на изделиях развитой геометрической формы // Вестник Казанского технологического университета. - 2012. - № 14. - С. 43-48.
14. Желтухин В.С., Шемахин А.Ю. О моделировании потоков газа в ВЧ плазме пониженного давления // Тр. междунар. конф. "XII Харитоновские тематические научные чтения". - 19-23 апреля 2010 г. - Саров, 2010. - С. 247-249.
15. Желтухин В.С., Шемахин А.Ю. К расчету газодинамики струй ВЧ плазмы пониженного давления: краткий обзор // Матер. VIII Всерос. конф. «Сеточ. методы для краевых задач и приложения», - Казань, 1-5 октября 2010 г. - С. 205-209.
16. Желтухин В.С., Шемахин А.Ю., Кацевман Е.М. Моделирование газодинамики струйного ВЧ разряда пониженного давления с помощью

- свободного программного обеспечения // Матер. междунар. конф. "Физика высокочастотных разрядов — Казань: КГТУ, 2011, — С. 86–87.
17. Желтухин В.С., Шемахин А.Ю. О моделировании потоков ВЧ плазмы пониженного давления // Матер. XXXVII Междунар. (Звенигор.) конф. по физ. плазмы и УТС, 8–12 февраля 2010 г., — Звенигород 2010. — С. 153.
  18. A.Yu. Shemakhin, V.S. Jeltoukhin. Calculation of gas dynamics flows of high frequency plasma in low pressure and solve of flow around body problem. // Матер. Междунар. конф. 14th Israel Conference on Plasma Science and its Applications, 28 февраля, 2012 г., — Израиль, Реховот, 2012 — С. 42.
  19. Желтухин В.С., Шемахин А.Ю. Расчет газодинамики струй ВЧ плазмы пониженного давления в вакуумной камере с образцом // Тр. междунар. конф. "XIV Харитоновские тематические научные чтения". — 12–16 мая 2012 г. — Саров, 2012. — С. 197–201.
  20. Желтухин В.С., Шемахин А.Ю. Расчет потоков ВЧ-плазмы пониженного давления с применением методов прямого моделирования" // Матер. IX Междунар. конф. по неравновесным процессам в соплах и струях, 25-31 мая 2012 г., г. Алушта, Украина, С. 196 - 197.
  21. Желтухин В.С., Шатаева Д.Р., Сидоров А.М., Бородаев И.А., Шемахин А.Ю. Математическая модель взаимодействия плазмы высокочастотного индукционного разряда пониженного давления с наночастицами серебра. Вест. Казан. технол. ун-та, 2012.- Т.15, № 18. - с. 10-12.
  22. Хубатхузин А.А., Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Шемахин А.Ю., Башкирцев А.А. Упрочнение ножей установки грануляции полиэтилена с применением высокочастотной плазмы пониженного давления. Вест. Казан. технол. ун-та. 2012. - Т.15, № 22. - с. 71-74.



23. Печатников Ю.М. Вероятностная модель течения разреженного газа // Инженерная физика. – 2003. – №.2. – С.32–36
24. Печатников Ю.М. Современные модели и методы моделирования переходного течения разреженных газов // Журнал технической физики. – 2003. – Вып. 12. – С.20–25
25. Печатников Ю.М. Физические явления и процессы переходного течения разреженного газа // Прикладная физика. – 2004. – № 2. – С.19–25.
26. Самарский А.А. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент // Вестн. АН СССР. – 1979. – № 5. – С. 38-49.
27. Samarskii A.A. Numerical methods in plasma physics // Lect. Not. Phys. – 1979. – Vol. 91. – P. 235–347.
28. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 320 с.
29. Лукьянов Г.А. Сверхзвуковые струи плазмы. – Л.: Машиностроение, 1985. – 264 с.
30. Абдуллин И.Ш., Кашапов Н.Ф., Кудинов В.В. Обработка неорганических материалов неравновесной низкотемпературной плазмой перед нанесением покрытий // Перспективные материалы. – 2000. – № 3. – С. 88 -93.
31. Brown S.C., Donald A.D. Limits for the diffusion theory of a high frequency gas discharge breakdown // Phys. Rev. 1949. - V. 76. - № 11. - P. 1629 - 1633.
32. Лупан Ю.А. Об одной возможности уточнения элементарной теории ВЧ разряда в воздухе // Журн. техн. физики. - 1976. - Т.46, вып. III. - С. 2321 - 2326.
33. Romig M.F. Steady state solution of the radiofrequency discharge with flow // Phys. Fluids. 1960. - V. 3. - № 3. - P. 129 - 133.

34. Митчнер М., Кругер Ч. Частично-ионизованные газы. — М.: Мир, 1976. — 496 с.
35. Брагинский С.И. Явления переноса в плазме // Вопросы теории плазмы. Вып.1 / Под ред. М.А.Леонтовича. - М.: Госатомиздат, 1963. - С. 183 - 272.
36. Биберман Л.Я., Воробьев В.С., Якупов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. - М.: Наука, 1982. - 376 с., ил.
37. Райзер Ю.П. Физика газового разряда: Учеб. руководство. // М.: Наука, 1987. - 592 с., ил.
38. Энгель А. Ионизованные газы. - М.: Физматгиз, 1959. - 120 с.
39. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы / Под ред. А.А.Рухадзе. - М.: Высш. шк. - 1988. - 424 с., ил.
40. Туров Е.А. Материальные уравнения электродинамики. - М.: Наука, 1983. - 130 с.
41. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток / Под ред. Л.А.Сена и В.Е.Голанта. - М.: Наука, 1971. - 544 с., ил.
42. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. — 592 с.
43. Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. — М.: Мир, 1981. — 216 с., ил.
44. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 152 с. Пер. с англ. — М.: Мир, 1988. - 428 с., ил.
45. Пакет прикладных программ MARPLE3D для моделирования на высокопроизводительных ЭВМ импульсной магнитоускоренной плазмы / В.А.Гасилов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2011. № 20. 36 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2011-20>

46. Пакет FLUENT [электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.ansys.com/Products>.
47. Пакет ANSYS [электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.ansys.com/>.
48. Пакет Elmer [электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.csc.fi/english/pages/elmer>.
49. Пакет SALOME [электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.salome-platform.org/>.
50. Пакет OPENFOAM [электронный ресурс]. Режим доступа: <http://openfoam.com/>.
51. Яницкий В.Е. Применение процессов случайных блужданий для моделирования свободномолекулярного движения газа. ЖВМиМФ, 1974, т.14, № 1, с.259-262.
52. Марчук Г.И. Методы расщепления. — М.: Наука. Гл. ред. физ.мат. лит., 1988. — 264 с.
53. Bird G . A Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows.// Clarendon Press. Oxford. 1994.
54. Генич А . П . , Куликов С.В., Манелис Г.Б., Сериков В В . , Яницкий В.Е. Приложение весовых схем статистического многокомпонентного газа к расчету моделирования структуры течений ударной волны. ЖВМиМФ, Т.26, №12, 1986.
55. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука, 1977, 456 с.
56. Марчук Г.И., Яненко Н.Н. Решение многомерного кинетического уравнения методом расщепления. - Докл. АН СССР, 1964, т. 157, №6, с.1291-1292.
57. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. - Новосибирск, Наука, 1966.

58. Богомолов С.В. О сходимости метода суммарной аппроксимации для уравнения Больцмана - Препринт ИПМ АН СССР, 184, М., 1979, 25 с.
59. Аристов В.В., Иванов М.С., Черемисин Ф.Г. Решение задачи об одномерной теплопередаче в разреженном газе двумя методами. ЖВ-МиМФ, т.30, No4, 1990, с.623-626.
60. Nandu K. Heat transfer between parallel plates in continuum to free molecular regime. Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ!, v.47, 1983, No364.
61. Bird G.A. Approach to translational equilibrium in a rigid sphere gas. - Phys. Fluids, 13, v.6, No10, pp.1518-1519.
62. Nandu K. Direct simulation scheme derived from the Boltzmann equation. - J. Phys. Soc. Japan, 1980, v.49, No5, pp.2042-2049.
63. Babovsky H. On a simulation scheme for Boltzmann equation. - Math. Meth. in Appl. Sci., 1986, V.8, pp.223-233.
64. Иванов М.С., Рогазинский С.В. Метод прямого статистического моделирования в динамике разреженного газа. - Изд-во ВЦ АН СССР, Новосибирск, 1988.
65. Ерофеев А.И. Вращательная релаксация азота. Препринт No62, ЦАГИ. 1992.
66. Koura K. Transient Couette flow of rarefied binary gas mixture. - Phys. Fluids, 1970, v.13, pp.1457-1466.
67. Nandu K. Analysis of the Couette flow by means of the new direct-simulation method - J.Phys.SocJapan, v.52, No5, 1983, pp.1602-1608.
68. Ерофеев А.И., Перепухов В.А. Расчет поперечного обтекания пластины потоком разреженного газа. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, No4, с. 106-112.
69. Ерофеев А.И. Пространственное обтекание пластины гиперзвуковым потоком разреженного газа. - Ученые записки ЦАГИ, 1987, No5, с.77-83.

70. Николаев К В . Диссертация к.ф.-м н. ЦАГИ. 1991.
71. Bird G.A. Rarefied hypersonic flow past a slender sharp cone. In: Rarefied Gas Dynamics. Proc. of the 13-th Int. Symp., v. 1, ed by O.M. Belotseikovskii, M . N . Kogan, C.S. Kutateladze, and A . K . Rebrov, Plenum Press, N Y & London, 1985, pp. 349-356.
72. Ерофеев А.И. Расчет обтекания конуса под углом атаки гиперзвуковым потоком разреженного газа. - Ученые записки ЦАГИ, 1979, №6, с. 122-127.
73. Иванов М.С, Рогазинский С.В.. Экономичные схемы прямого статистического моделирования течений разреженного газа. М: Матем. моделирование, 1989, том 1, № 7 с. 130 - 145.
74. K. Koura, H. Matsumoto. Variable soft sphere molecular model for inverse-power-law or Lennard-Jones potential National Aerospace Laboratory, Chofu, Tokyo, Japan, Phys. Fluids A 3, 2459 (1991); <http://dx.doi.org/10.1063/1.858184> (7 pages)
75. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1982. - 296 с. 2-е изд.
76. Русаков С.В. Статистическое моделирование течений разреженного газа с учетом внутренних степеней свободы молекул. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, 125 с.
77. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы: Пер. с англ. - М.: Мир, 1984.
78. Алейников С.М. Метод граничных элементов в контактных задачах для упругих, пространственно неоднородных оснований. Издательство АСВ стран СНГ, 2002. — 756 с.
79. И.Ш. Абдуллин, В.С. Желтухин, И.А. Бородаве, А.Ю. Шемахин. Модель взаимодействия плазмы индукционного высокочастотного разря-

- да пониженного давления с наночастицами серебра // Успехи прикл. физ. - 2013. - № 3.- С. 291-295.
80. В.С.Желтухин, И.А. Бородаев, Л.Р.Джанбекова. Математическая модель взаимодействия ВЧЕ плазмы пониженного давления с неткаными материалами // 40 Междун. (Звенигородская) конф. по физ. плазмы и УТС, М., 2013, с.230.
81. В.С.Желтухин, И.А. Бородаев "Математическая модель взаимодействия плазмы ВЧИ разряда пониженного давления с наночастицами серебра"// 40 Междун. (Звенигородская) конф. по физ. плазмы и УТС, М., 2013, с.231.
82. И.Ш. Абдуллин, В.С.Желтухин, И.А. Бородаев Математическое моделирование распыления наночастиц серебра в ВЧ-индукционной плазме пониженного давления// Матер.XVIII междун. конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, Алушта, 2013,с.472-474.
83. И.Ш. Абдуллин, В.С. Желтухин, И.А. Бородаев. Математическое моделирование напыления нанопокрyтия серебра на мех в ВЧИ плазме пониженного давления // Тр. XXI Междунар. конф. ВИП-2013, Ярославль, 2013, с. 409-412.
84. I. Borodaev, V. Zheltukhin. Simulation of scattering argentiim nanoparticles by low pressure RF plasmas // Kazan Summer School on Chemoinformatics, abstracts, Kazan, 2013, p.15.
85. Желтухин В.С., Шемахин А.Ю. Моделирование струйного течения высокочастотной плазмы при пониженных давлениях // Математическое моделирование. 2013.-Т.25, № 6.- с. 64-71 ISSN 0234-0879.
86. В.С. Желтухин, А.Ю. Шемахин. Математическое моделирование струйного течения разреженной ВЧ-плазмы // Труды Второй Международной конференции «Якоби 2013» «Высокопроизводительные вы-

числения — математические модели и алгоритмы», Калининград, Россия, 2013 г., с. 54-56.

87. В.С. Желтухин, А.Ю. Шемахин. Моделирование течения неравновесной разреженной ВЧ-плазмы // Труды XVIII Международной конференции по вычислительной механике и прикладным программным системам 2013, Алушта, Украина, с. 569 - 571.
88. Zheltukhin V., Shemakhin A. (2013): Mathematical Modeling of RF Plasma Streams at Low Pressure. Proceedings of Third International Conference "High Performance Computing" HPC-UA 2013, Ukraine, Kyiv, October 7-11, 2013, pp. 421-424.
89. Шемахин А.Ю., Желтухин В.С. Математическое моделирование потока высокочастотной плазмы при пониженных давлениях. Сборник тезисов Крымской международной математической конференции - 2013, Том 3, с. 66.